



INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

RRB - NTPC

(Non Technical Popular Categories)

(प्रारंभिक एवं मुख्य परीक्षा हेतु)

भाग - 3

गणित (मानसिक अभिक्षमता)

प्रस्तावना

प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स “**RRB NTPC (Non-Technical Popular Categories)**” को एक विभिन्न अपने - अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है। ये नोट्स पाठकों को **रेलवे भर्ती बोर्ड (RRB)** द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा “**RRB NTPC (प्रारंभिक एवं मुख्य परीक्षा हेतु)**” में सफलता पाने के लिए पूर्ण संभव मदद करेंगे।

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है। अतः आप सूची पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं।

प्रकाशकः

INFUSION NOTES

जयपुर, 302029 (RAJASTHAN)

मो : 9887809083

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : <https://www.infusionnotes.com>

WhatsApp करें - <https://wa.link/brl63m>

Online Order करें - <http://surl.li/grpcbn>

मूल्य : (₹)

संस्करण : नवीनतम

क्र. सं.	अध्याय	पृष्ठ सं.
<u>गणित (संख्यात्मक अभियोग्यता)</u>		
1.	संख्या प्रणाली	1
2.	इकाई अंक और भाजकता	6
3.	लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	29
4.	भिन्न एवं दशमलव	38
5.	सरलीकरण	41
6.	प्रतिशतता	51
7.	लाभ और हानि	65
8.	औसत	75
9.	कार्य और समय	84
10.	साझा	93
11.	मिश्रण	102
12.	साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज	110
13.	अनुपात - समानुपात	127
14.	चाल, समय और दूरी	134
15.	बीजगणित	141
16.	क्षेत्रमिति द्विविमीय	170
17.	व्यामिति	193
18.	त्रिकोणमिति	207

19.	डेटा इन्टरप्रिटेसन	221
20.	सांख्यिकी	244

अध्याय - 3

लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्त्य

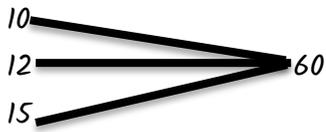
L.C.M. होता क्या है ?

वह छोटी से छोटी संख्या जो दी हुई सभी संख्याओं से पूरी विभाजित हो जाए वही संख्या दी हुई संख्याओं का L.C.M. कहलाती है।

हम लोग गुणनखण्ड विधि और भाग विधि से L.C.M. निकालना जानते हैं। तो आइए L.C.M. निकालने के कुछ शॉर्ट तरीकों को देखते हैं।

जैसे - 10, 12, 15 का ल.स. कितना होगा ?

अब हम वह छोटी से छोटी संख्या देखेंगे जो 10, 12, 15 से कट जाए।



60 वह छोटी से छोटी संख्या है जो 10, 12, 15 से कट जाएगी। अतः 60 ही हमारा L.C.M. है।

या

आप दी संख्याओं 10, 12, 15 में से सबसे बड़ी संख्या लिखें और सोचो कि उसमें किस संख्या से गुणा कर दें ताकि शेष बची संख्याओं से कट जाए, वही संख्या जिसका हमने गुणा किया है वो ही L.C.M. है जैसे-

$$\frac{15 \times 4}{10, 12}$$

अगर हम 15 में 4 का गुणा कर दें तो गुणनफल 60 आएगा जो 10, 12 से कट जाएगा।

भाग विधि -

2	10, 15, 20
2	5, 15, 10
3	5, 15, 5
5	5, 5, 5
	1, 1, 1

$$LCM = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

गुणनखण्ड विधि -

$$10 = 2 \times 5$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$$

$$LCM = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

Note : अधिकतम संख्या तथा बड़ी से बड़ी घात ही LCM होता है।

महत्तम समापवर्त्य (H.C.F.) (म.स.) :- वह सबसे बड़ी संख्या जो दी गई सभी संख्याओं को विभाजित करती हो

| अथवा वह सबसे बड़ी संख्या जिससे दी गई सभी संख्याएँ पूर्णतः विभाजित हो म.स. कहलाता है।

उदाहरण- 15, 20 व 30 का महत्तम समापवर्त्य ज्ञात करो ?

(i) भाग विधि -

$$\begin{array}{r} 5)20 \quad (4 \\ \underline{10} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5)30 \quad (6 \\ \underline{15} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

अतः H.C.F. = 5 होगा

या

3	15
5	5
	1

2	20
2	10
5	5
	1

2	30
3	15
5	5
	1

$$15 = 3 \times 5$$

$$20 = 2^2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

अतः 15, 20, 30 का H.C.F. = 5 होगा।

(ii) उभयनिष्ठ (Common) संख्या तथा छोटी से छोटी घात (HCF) म.स. कहलाती है।

Note :- किसी भी संख्या में उसका HCF मौजूद होता है जबकि संख्या खुद LCM में छिपी होती है। अतः सभी संख्याओं का LCM उनके HCF से पूर्णतः विभाजित होता है।

दशमलव संख्याओं का LCM तथा HCF :- दशमलव संख्याओं का LCM तथा HCF ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम दी गई संख्याओं में दशमलव को नजरअंदाज करते हुए LCM तथा HCF निकाल लेते हैं।

Example :-

1. 0.036, 4.8 व 0.15 का LCM ज्ञात करो ?

$$\text{हल - } \frac{36}{1000}, \frac{4800}{1000}, \frac{150}{1000}$$

$$36, 4800, 150 \text{ का LCM} = 14400$$

$$0.036, 4.8, 0.15 \text{ का LCM} = \frac{14400}{1000}$$

$$LCM = 14.4$$

2. 0.20, 12 व 0.032 का HCF ज्ञात करो ?

$$\text{हल - } \frac{200}{1000}, \frac{12000}{1000}, \frac{32}{1000}$$

$$200, 12000, 32 \text{ का HCF} = 8$$

अतः 0.20, 12 व 0.032 का HCF = $\frac{8}{1000} = 0.008$

भिन्नो का ल.स. एवं म.स. -

भिन्नो का LCM = $\frac{\text{अंशों का LCM}}{\text{हरों का HCF}}$

भिन्नो का HCF = $\frac{\text{अंशों का HCF}}{\text{हरों का LCM}}$

अक्षरों का LCM तथा HCF - अधिकतम अक्षर तथा उनपर लगी बड़ी से बड़ी घात LCM होता है व उभयनिष्ठ(Common) अक्षर तथा उनपर लगी छोटी से छोटी घात उन संख्याओं का HCF होता है।

Example:-

- A. $a^3b^5c^8, b^{15}c^5d^4$ का LCM तथा HCF ज्ञात करो ?
हल- यहाँ दिए गए अक्षर a, b, c, d हैं तथा इन पर बड़ी से बड़ी घात = a^3, b^{15}, c^8, d^4 हैं जो LCM होगा।
यहाँ दिए अक्षर a, b, c, d में Common अक्षर b व c पर सबसे छोटी घात वाला अक्षर b^5c^5 है जो HCF होगा।
अंक तथा अक्षरों का ल.स. तथा म.स. - जब अक्षर व अंक एक साथ दिए गए हो तो अंकों का व अक्षरों का अलग-अलग LCM व HCF ज्ञात करके प्रश्न को हल करते हैं।

Example :-

1. $8a^4b^8, 12a^2b^{12}c^{10}, 18a^7b^4c^3d^5$ का LCM व HCF ज्ञात करो ?
हल- 8, 12, 18 का ल.स.

2	8, 12, 18
2	4, 6, 9
2	2, 3, 9
3	1, 3, 9
3	1, 1, 3
	1, 1, 1

ल.स. = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$

$a^4b^8, a^2b^{12}c^{10}, a^7b^4c^3d^5$ का LCM = $a^7b^{12}c^{10}d^5$

∴ LCM = $72 a^7b^{12}c^{10}d^5$

HCF के लिए -

2	8	2	12	2	18
2	4	2	6	3	9
2	2	3	3	3	3
	1		1		1

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$

HCF = 2 (संख्याओं का म.स.)

$a^4b^8, a^2b^{12}c^{10}, a^7b^4c^3d^5$ अक्षरों का HCF = a^2b^4

∴ HCF = $2a^2b^4$

घात वाली संख्याओं का ल.स. तथा म.स. - घात वाली संख्याओं का LCM अधिकतम संख्या व बड़ी से बड़ी घात तथा HCF उभयनिष्ठ(Common) संख्या व छोटी से छोटी घात होता है।

Example-

1. $8^7 \times 5^{17} \times 11^5, 7^9 \times 5^{13} \times 11^{15}, 13^{12} \times 8^{10} \times 11^7, 17^{15} \times 6^6 \times 4^8$ का LCM ज्ञात करो ?
हल - $4^8 \times 5^{17} \times 6^6 \times 7^9 \times 8^{10} \times 11^{15} \times 13^{12} \times 17^{15}$
यहाँ पर दी गई संख्याएँ 4, 5, 6, 7, 8, 11, 13, 17 हैं जिन पर बड़ी से बड़ी घात $4^8, 5^{17}, 6^6, 7^9, 8^{10}, 11^{15}, 13^{12}$ व 17^{15} हैं। जो कि LCM है।
2. $4^9 \times 5^7 \times 9^4, 5 \times 9^{13} \times 2^5$ का HCF ज्ञात करो?
हल - 5×9^4
यहाँ पर कॉमन संख्या 5 व 9 हैं जिनपर छोटी घात 5 व 9^4 है। जो HCF है।

Note :- जब दी गई संख्याओं से पूर्णतः विभाजित होने वाली संख्या ज्ञात करना हो तो दी हुई संख्याओं का LCM, अभिष्ट संख्या होगी।

Note :- जब बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करनी हो जिससे दी हुई संख्याएँ पूर्णतः विभाजित हो, तो दी हुई संख्याओं का HCF अभिष्ट संख्या होती है।

Note :- दो संख्याओं का गुणनफल उनके LCM तथा HCF के गुणनफल के बराबर होता है।

प्रथम संख्या × द्वितीय संख्या = LCM × HCF

Note :- जब दो या दो से अधिक संख्याओं का अनुपात तथा HCF दिया गया हो तो मूल संख्या ज्ञात करने के लिए अनुपात को HCF से गुणा कर देते हैं।

Note :- जब (n) संख्याओं का LCM तथा HCF दे रखा हो व उनका गुणनफल पूछा गया हो तो -

सूत्र = $(HCF)^{n-1} \times LCM$

Example :- तीन संख्याओं का HCF = 2 तथा LCM = 210 है, उन संख्याओं का गुणनफल क्या होगा ?

हल - $2^{3-1} \times 210 = 2^2 \times 210 = 4 \times 210 = 840$

1st Type

1. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जिसमें 8,9,12,15 से भाग देने पर सदैव 1 शेष बचे ?

अभीष्ट संख्या = (8, 9, 12,15 का ल. स.) + 1
= $360 + 1 = 361$

2. वह छोटी से छोटी संख्या क्या होगी जिसमें 5,7,12,15 से भाग दिया जाए तो शेष क्रमशः 3,5,10,13 बचे ?

हल:

स्पष्ट है की दो संख्याओं का महत्तम समापवर्तक इन संख्याओं के लघूत्तम समापवर्त्य को सदैव पूर्णतया विभक्त करता है।

अतः किन्ही दो संख्याओं का ल. स. 120 तथा म. स. 35 नहीं हो सकता।

प्रश्न -14. वह न्यूनतम पूर्ण वर्ग संख्या क्या होगी, जो 12, 15 तथा 25 से पूर्णतया विभक्त हो?

- (a) 400 (b) 900
(c) 1300 (d) 1600

हल:

3	12, 15, 25
5	4, 5, 25
	4, 1, 5

$$12, 15, 25 \text{ का ल. स.} = 3 \times 5 \times 4 \times 5 = 3 \times 2^2 \times 5^2$$

$$= (3^2 \times 2^2 \times 5^2) = 900$$

प्रश्न -15. वह छोटी से छोटी संख्या कौन-सी होगी जिसे 5, 6, 8, 9, 12 से भाग देने पर प्रत्येक दशा में 1 शेष बचे परंतु 13 से पूर्णतया विभक्त हो?

- (a) 361 (b) 721
(c) 1801 (d) 3601

हल:

2	5, 6, 8, 9, 12
3	5, 3, 4, 9, 6
2	5, 1, 4, 3, 2
	5, 1, 2, 3, 1

$$5, 6, 8, 9, 12 \text{ का ल. स.} = (2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2 \times 3) = 360$$

माना अभीष्ट संख्या = $360k + 1$, जो 13 का गुणज है।

$$\therefore \text{अभीष्ट संख्या} = (360 \times 10 + 1) = 3601$$

प्रश्न -16. 1856 में से कौन सी न्यूनतम संख्या घटाई जाए कि शेषफल को 7, 12 और 16 से विभक्त करने पर प्रत्येक दशा में शेष 4 बचे?

- (a) 137 (b) 140
(c) 172 (d) 1361

हल:

4	7, 12, 16
	7, 3, 4

$$336 \overline{)1856} \begin{matrix} 5 \\ 1680 \\ \hline 176 \end{matrix}$$

$$7, 12, 16 \text{ का ल. स.} = (4 \times 7 \times 3 \times 4) = 336$$

$$1856 \text{ को } 336 \text{ से भाग देने पर शेषफल} = 176$$

$$\therefore \text{अभीष्ट संख्या} = 176 - 4 = 172$$

प्रश्न -17. किसी दूध वाले की एक टंकी में 75 लीटर तथा दूसरी टंकी में 45 लीटर दूध है। उस बड़े बर्तन की माप क्या होगी, जो दोनों टंकियों के दूध को माप सके?

- (a) 1 lt. (b) 5 lt.
(c) 15 lt. (d) 25 lt.

हल:

$$\text{बड़े से बड़े बर्तन की अभीष्ट माप} = 75 \text{ लीटर तथा } 45 \text{ लीटर का म. स.} = 15 \text{ लीटर}$$

प्रश्न -18. 105 बकरिया, 140 गधे तथा 175 गायों को एक नदी के पार ले जाना है। मात्र एक ही बड़ी नाव के उपलब्ध होने के कारण इस कार्य को सम्पन्न करने हेतु नाविक शर्त रखता है की प्रत्येक फेरे में वह केवल एक ही प्रकार के तथा गिनती में समान अधिक से अधिक पशुओं को ले जाएगा। प्रत्येक बार ले जाए जाने वाले पशुओं की संख्या कितनी होगी?

- (a) 42 (b) 28
(c) 35 (d) 15

हल:

$$\text{प्रत्येक बार ले जाए जाने वाले पशुओं की संख्या} = 105, 140, 175 \text{ का म. स.}$$

5	105	5	140	5	175
3	21	2	28	5	35
	7	2	14		7
			7		

$$\therefore 105 = 5 \times 3 \times 7, 140 = 5 \times 2^2 \times 7 \text{ तथा } 175 = 5^2 \times 7$$

$$\text{अभीष्ट संख्या} = 105, 140, 175 \text{ का म. स.} = (5 \times 7) = 35$$

अध्याय - 6

प्रतिशतता

प्रतिशत (%) - प्रतिशत दो शब्दों से मिलकर बना है।

प्रति+शत = अर्थात् प्रत्येक सौ पर गणना।

जैसे -

$$10\% = \frac{10}{100}, 30\% = \frac{30}{100} \text{ आदि।}$$

$$\frac{1}{2} = 50\% , \quad \frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}\%$$

$$\frac{1}{4} = 25\% , \quad \frac{1}{5} = 20\%$$

$$\frac{1}{6} = 16\frac{2}{3}\% , \quad \frac{1}{7} = 14\frac{2}{7}\%$$

$$\frac{1}{8} = 12\frac{1}{2}\% , \quad \frac{1}{9} = 11\frac{1}{9}\%$$

$$\frac{1}{10} = 10\% , \quad \frac{1}{11} = 9\frac{1}{11}\%$$

$$\frac{1}{12} = 8\frac{1}{3}\% , \quad \frac{1}{13} = 7\frac{9}{13}\%$$

$$\frac{1}{14} = 7\frac{1}{7}\% , \quad \frac{1}{15} = 6\frac{2}{3}\%$$

$$\frac{1}{16} = 6\frac{1}{4}\% , \quad \frac{1}{17} = 5\frac{15}{17}\%$$

$$\frac{1}{18} = 5\frac{5}{9}\% , \quad \frac{1}{19} = 5\frac{5}{19}\%$$

$$\frac{1}{20} = 5\% , \quad \frac{1}{40} = 2\frac{1}{2}\%$$

$$\frac{2}{3} = 66\frac{2}{3}\% , \quad \frac{3}{4} = 75\%$$

$$\frac{2}{5} = 40\% , \quad \frac{3}{5} = 60\%$$

$$\frac{5}{6} = 83\frac{1}{3}\% , \quad \frac{4}{7} = 57\frac{1}{7}\%$$

$$\frac{3}{8} = 37\frac{1}{2}\% , \quad \frac{5}{9} = 55\frac{5}{9}\%$$

$$100\% = 1 , \quad 200\% = 2$$

$$300\% = 3 , \quad 400\% = 4$$

$$1000\% = 10, \quad 1700\% = 17$$

$$2000\% = 20$$

प्रतिशत का भिन्न में रूपांतरण -

$$128\% = 100\% + 28\% = 1 + \frac{7}{25} = \frac{32}{25}$$

हम जानते हैं की $4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

तो 28% का मान = $4\% \times 7 = \frac{1}{25} \times 7 = \frac{7}{25}$

$$166\frac{2}{3}\% = 100\% + 66\frac{2}{3}\%$$

$$1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$816\frac{2}{3}\% = 800\% + 16\frac{2}{3}\%$$

$$8 + \frac{1}{6} = \frac{49}{6}$$

$$157\frac{1}{7}\% = 100\% + 57\frac{1}{7}\%$$

$$1 + \frac{4}{7} = \frac{11}{7}$$

$$14\frac{2}{7}\% = \frac{1}{7}$$

$$\times 4 \quad \quad \times 4$$

$$57\frac{1}{7}\% = \frac{4}{7}$$

Note: - ऐसे प्रतिशत मान को हल करने के लिए आपको प्रारंभ में दी गई प्रतिशत तथा भिन्नात्मक मान याद होने चाहिए।

प्रतिशत / भिन्न का दशमलव मान-

$$\frac{1}{3} = 0.33\text{.....}\%$$

$$33\frac{1}{3}\% = 33.33\text{.....}\%$$

$$\frac{2}{3} = 0.66\text{.....}\%$$

$$66\frac{2}{3}\% = 66.66\text{.....}\%$$

$$\frac{1}{6} = 0.16\text{.....}\%$$

$$16\frac{2}{3}\% = 16.66\text{.....}\%$$

$$\frac{1}{7} = 0.14\text{.....}\%$$

$$\frac{2}{7} = 0.28\text{.....}\%$$

$$\frac{1}{11} = 0.09\text{.....}\%$$

$$\frac{1}{12} = 0.08\text{.....}\%$$

भिन्न का अर्थ -

$25\% = 1/4$, $1/4$ का अर्थ है 4 का 25%, 1 है।

$20\% = \frac{1}{5}$ (1 = परिणाम, 5 = वास्तविक मान) 5 का

20% मान 1 है।

$16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$ (1 = परिणाम, 6 = वास्तविक मान)

Type - 1 संख्याओं पर आधारित प्रश्न -

1. किसी संख्या में उसका $83\frac{1}{3}\%$ जोड़ने पर प्राप्त संख्या 4488 है तो मूल संख्या ज्ञात करें।

A. माना संख्या x है।

$$x + x \times 83\frac{1}{3}\% = 4488$$

$$83\frac{1}{3}\% = \frac{5}{6}$$

$$x + x \times \frac{5}{6} = 4488$$

$$x + \frac{5x}{6} = 4488$$

$$\frac{6x+5x}{6} = 4488$$

$$11x = 4488 \times 6$$

$$x = \frac{4488 \times 6}{11}$$

$$x = 2448 \text{ ans.}$$

Short Method

$$83\frac{1}{3}\% = \frac{5}{6}$$

$$(6 + 5) = 11 \text{ (5 = Result, 6 Original No.)}$$

मूल संख्या में उसका $83\frac{1}{3}\%$ जोड़ने पर अर्थात् 6 का

$83\frac{1}{3}\%$, 5 जोड़ने पर

$$6 + 5 = 11$$

$$11 = 4488$$

$$1 = 408$$

$$6 = 408 \times 6$$

$$= 2448 = \text{मूल संख्या ans.}$$

2. किसी संख्या में उसका $16\frac{2}{3}\%$ जोड़ने पर प्राप्त संख्या 4256 है तो मूल संख्या ज्ञात करें।

$$A. 16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$$

$$= 6 + 1 = 7 \text{ (1 = Result, 6 = मूल संख्या)}$$

$$7 = 4256$$

$$1 = 608$$

$$6 = 608 \times 6$$

$$\text{मूल संख्या} = 3648 \text{ ans.}$$

3. किसी संख्या में उसका 60% जोड़ने पर संख्या 4856 हो जाती है तो मूल संख्या ज्ञात करो।

$$A. 60\% = \frac{3}{5}$$

$$(3 + 5) = 8 \text{ (3 = Result, 5 = Original No.)}$$

$$8 = 4856$$

$$1 = 607$$

$$5 = 607 \times 5$$

$$\text{मूल संख्या} = 3035 \text{ ans.}$$

4. किसी संख्या में उसका $11\frac{1}{9}\%$ जोड़ दिया जाए तो परिणाम 90 प्राप्त होता है, मूल संख्या ज्ञात कीजिए?

$$A. 11\frac{1}{9}\% = \frac{1}{9}$$

$$(1 + 9) \text{ (1 = Result, 9 = Original No.)}$$

$$10 = 900$$

$$1 = 90$$

$$9 = 90 \times 9$$

$$= 810 \text{ ans.}$$

5. किसी संख्या में 63 जोड़ने पर संख्या अपने का 128% बन जाती है तो संख्या ज्ञात करें।

$$A. 128\% = \frac{32}{25}$$

$$x + 63 = x \times 128\%$$

$$x + 63 = x \times \frac{32}{25}$$

$$25(x + 63) = 32x$$

$$25x + 1575 = 32x$$

$$1575 = 32x - 25x$$

$$7x = 1575$$

$$x = 225 \text{ ans.}$$

Short Method

$$128\% = \frac{32}{25} \text{ (25 + 7 = 32) (25 = Original No., 32 = Result)}$$

$$(32 - 25 = 7)$$

$$7 = 63$$

$$1 = 9$$

$$25 = 25 \times 9$$

$$= 225 \text{ ans.}$$

Type-2 संख्याओं के प्रतिशतता पर आधारित प्रश्न -

1. 500 का 125 कितना प्रतिशत है?

$$\frac{125}{500} \times 100 = 25\%$$

2. 300 से 250 कितने प्रतिशत कम है?

$$300 - 250 = 50$$

$$\frac{50}{300} \times 100 = 16\frac{2}{3}\%$$

3. 300, 500 से कितने प्रतिशत कम है?

$$500 - 300 = 200$$

$$\frac{200}{500} \times 100 = 40\%$$

4. 700, 600 से कितने प्रतिशत अधिक है?

$$700 - 600 = 100$$

$$\frac{100}{600} \times 100 = 16\frac{2}{3}\%$$

5. 85, 510 का कितना प्रतिशत है?

$$\frac{85}{510} \times 100 = \frac{50}{3}\% = 16\frac{2}{3}\%$$

Note - इस प्रकार के प्रश्न तुलनात्मक प्रश्न होते हैं जिस संख्या से तुलना की जाती है उसे हर में रखते हैं। तुलनात्मक शब्द जैसे से, का की, के आदि।

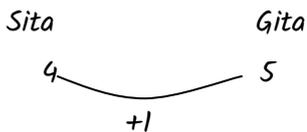
Type - 3 कमी पर आधारित प्रश्न-

1. सीता की आय गीता की आय से 20% कम है। गीता की आय, सीता की आय से कितने % अधिक है?

$$\begin{aligned} \text{A. प्रतिशत वृद्धि/अधिकता} &= \frac{100 \times \% \text{कमी}}{100 - \% \text{कमी}} \\ &= \frac{100 \times 20}{100 - 20} = \frac{2000}{80} = 25\% \end{aligned}$$

2nd Method

$$20\% = \frac{1}{5} \text{ (S = Original Income)}$$



$$\frac{1}{4} \times 100 = 25\%$$

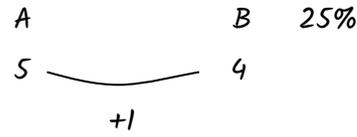
Note - इस प्रकार के प्रश्नों में दी गई प्रतिशत वृद्धि/कमी को भिन्न में बदलें। भिन्न का हर वास्तविक आय/संख्या तथा अंश वृद्धि/कमी दर्शाएगा।

जैसे - 10% कमी = 1/10, 20% वृद्धि = 1/5

2. यदि A की आय B की आय से 25% अधिक हो तो B की आय A से कितने % कम है?

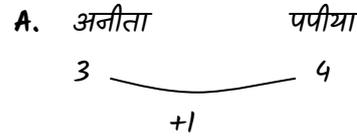
$$\begin{aligned} \text{A. \% कमी} &= \frac{100 \times \% \text{वृद्धि}}{100 + \% \text{वृद्धि}} \\ &= \frac{100 \times 25}{125} = 20\% \end{aligned}$$

2nd Method



$$\frac{1}{5} = 20\%$$

3. यदि अनीता का वेतन, पपीया से 25% कम है तो पपीया का वेतन अनीता से कितने प्रतिशत अधिक है?



$$\frac{1}{3} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$$

4. चीनी का मूल्य $33\frac{1}{3}\%$ घट गया। ज्ञात कीजिए उपभोक्ता पहले जितने व्यय में कितने % अधिक चीनी प्राप्त करेगा?

$$\text{A. } 33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$$

प्रारम्भिक मूल्य	=	3
अंतिम मूल्य	=	2
अंतर	=	1

$$\frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

5. एक पुस्तक का अंकित मूल्य क्रय मूल्य से $16\frac{2}{3}\%$ कम है। बताइए उसे कितने % अधिक में बेचा जाए कि ना लाभ, ना हानि हो।

$$\text{A. } 16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$$



$$\frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

4. एक गोले के व्यास में 10% की कमी की गई। उसके आयतन में कितने % की कमी होगी?

A. % कमी = $x + y + \frac{xy}{100}$

गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

= $-10 -10 + \frac{10 \times 10}{100}$

= $-20 + 1 = -19\%$

= $-19\% -10\% + \frac{19 \times 10}{100}$

= $-29 + 1.9$

= -27.1%

2nd Method

गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

10% = $-\frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

त्रिव्य =

10 : 9

आयतन =

$(10)^3 : (9)^3$

=

1000 : 729

-271

$\frac{271}{1000} \times 100 = 27.1\%$ कमी

Type -7 आय - व्यय पर आधारित प्रश्न-

1. गोपाल अपनी मासिक आय का 30% भोजन पर खर्च करता है। शेष का 40% परिवहन पर खर्च करता है तथा शेष का 50% बचत है। यदि उसकी मासिक आय 12000/- है तो वह प्रतिमाह कितने रुपए बचत करता है?

A. $12000 \times \frac{7}{10} \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$

= 120×21

30% = $\frac{-3}{10} = \frac{7}{10}$

40% = $\frac{-2}{5} = \frac{3}{5}$

= 2520

50% = $\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$

2nd Method

माना मासिक आय = 100

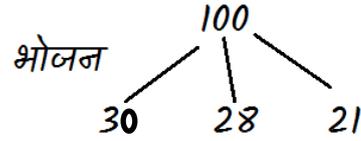
$100 \times \frac{30}{100} = 30$

$100 \times \frac{70}{100} = 70$

$70 \times \frac{40}{100} = 28$

$100 - 58 = 42$

$42 \times \frac{50}{100} = 21$



बचत = $100 - (30 + 28 + 21)$

मासिक बचत = $100 - 79 = 21$

$100 = 12000$

$21 = \frac{12000}{100} \times 21 = 2520$

2. एक व्यक्ति अपनी आय का 70% खर्च करता है यदि व्यक्ति की आय 20% बढ़ती है तथा व्यय 10% बढ़ता है। बचत में % परिवर्तन ज्ञात करें ?

A. माना आय = 100

आय	खर्च	बचत
100	70	30
20%	10%	+13
120	77	43

100

20%

120

= $\frac{13}{30} \times 100$

बचत % = $43\frac{1}{3}\%$

3. एक व्यक्ति अपनी आय का $33\frac{1}{3}\%$ खर्च करता है। यदि व्यक्ति की आय $16\frac{2}{3}\%$ बढ़ती है तथा व्यय 30% बढ़ता है। बचत में % परिवर्तन क्या होगा?

A. $33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$

$16\frac{2}{3}\% = \frac{1}{6}$

30% = $\frac{3}{10}$

आय	खर्च	बचत
300	100	200
$16\frac{2}{3}\%$	30%	+20
350	130	220

300

$16\frac{2}{3}\%$

350

$\frac{20}{200} \times 100 = 10\%$ परिवर्तन

Type - 8 चुनाव पर आधारित प्रश्न -

- जो मतदाता मतदान करने नहीं आएंगे सबसे पहले उन्हें मतदाता सूची से हटा देंगे।
- वैध अथवा अवैध वोटों का निर्धारण कुल पड़े वोटों से किया जाता है। इसे 100% पर ही बाँटा जाता है।

$$\begin{array}{r} 25 \\ 10 \\ \hline 250 \end{array} \quad \begin{array}{r} 28 \\ 9 \\ \hline 252 \end{array}$$

$$252 = 50400$$

$$1 = 200$$

$$250 = 250 \times 200 \\ = 50000$$

4. एक व्यक्ति का वेतन $r\%$ बढ़ा तथा अगले वर्ष $r\%$ घटा। इस प्रकार इसका नया मूल्य 1 Rs. है। तो प्रारंभिक मूल्य रहा होगा -

A. प्रारंभिक मूल्य	नया मूल्य
100	$100 + r$
100	$100 - r$
<hr style="border: 0.5px solid black;"/>	<hr style="border: 0.5px solid black;"/>
10000	$(10000 - r^2)$

$$10000 - r^2 = 1$$

$$1 = \frac{1}{10000 - r^2}$$

$$10000 = \frac{1}{10000 - r^2} \times 10000$$

Type - 10 परीक्षा में फेल पास पर आधारित प्रश्न-

1. एक परीक्षा में सीता 40% अंक प्राप्त करती है और गीता 30% अंक, सीता के प्राप्तांक पास होने के लिए न्यूनतम अंक से 56 अधिक है तथा गीता के 24 कम है तो परीक्षा का पूर्णांक क्या है?

A. माना परीक्षा का पूर्णांक = x

Sita	Gita
$\frac{X \times 40\% - 56}{\text{Passing Marks}}$	$\frac{X \times 30\% + 24}{\text{Passing Marks}}$

$$\frac{4x}{10} - 56 = \frac{3x}{10} + 24$$

$$\frac{4x - 3x}{10} = 24 + 56$$

$$X = 800$$

Short Method

Total marks - 100%

$$40\% \quad -56$$

$$30\% \quad +24$$

$$10\% \quad 80$$

$$10\% \quad = 80$$

$$1\% \quad = 8$$

$$100\% = 800$$

Note - प्रतिशत और अंकों का अंतर लेना है।

2. कोई विद्यार्थी 25% अंक लाता है तथा 210 अंक से फेल हो जाता है। यदि वह 55% अंक लाता तो वह 240 अंकों से पास हो जाता है। उत्तीर्ण प्रतिशत ज्ञात करें।

$$A. \quad 25\% = +210$$

$$55\% = -240$$

$$30\% \quad 450$$

$$30\% = 450$$

$$1\% = 15$$

$$100\% = 1500 \text{ (Maximum marks)}$$

$$\frac{210}{15} = 14\% \text{ उत्तीर्ण\%}$$

$$25\% + 14\% = 39\%$$

Note - 1% = 15 अंकों से बन रहा है।

3. एक विद्यार्थी 36% अंक लाता है तथा 32 अंक से फेल हो जाता है। यदि वह 48% अंक लाता है तो वह 64 अंकों से पास हो जाता है। उत्तीर्ण प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

$$A. \quad 36\% \quad +32 = \frac{32}{8} = 4\%$$

$$36\% + 4\% = 40\% \text{ Passing\%}$$

$$48\% \quad -64 = \frac{64}{8} = -8\%$$

$$12\% = 96$$

$$1\% = 8$$

8 अंकों से मिलकर 1% बना है। 32 अंकों से मिलकर 4%

Type - 11 मिश्रण पर आधारित प्रश्न

1. 15 लीटर घोल में 40% चीनी है। इसमें 3 लीटर पानी और मिला दिया जाए तो नए घोल में चीनी का प्रतिशत ज्ञात करो।

$$A. \quad 15 \times \frac{40}{100} = 6 \text{ लीटर}$$

$$\text{Total} = 15 \text{ लीटर s}$$

चीनी : पानी

$$6 : 9 = 15 \quad \left. \vphantom{6 : 9 = 15} \right\}$$

$$6 : 12 = 18 \quad +3$$

$$\frac{6}{18} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$$

$$\text{तब } (C-B) = 2580 = 9x - 4x = 2580$$

$$5x = 2580$$

$$x = 516$$

$$\begin{aligned} \text{तथा } (A + D) \text{ का कुल भाग} &= (3x + 10x) = 13x \\ &= (13 \times 516) = 6708 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

- (5) एक थैली में 1 रु., 50 पैसे तथा 25 पैसे के सिक्के हैं 50 पैसे के सिक्कों की संख्या 25 पैसे के सिक्कों की संख्या से दुगुनी तथा 1 रु. के सिक्कों की संख्या से चौगुनी है इन सिक्कों का कुल मूल्य 56 रु. है 50 पैसे के सिक्कों की संख्या कितनी है ?

Ans 1 रु. 50 पैसे 25 पैसे

$$1 : 4 : 2$$

$$= \frac{4}{350} \times 5600 = 64 \text{ Ans}$$

- (6) दो बर्तन A तथा B में दूध तथा पानी के मिश्रण का अनुपात 5 : 3 तथा 2 : 3 के अनुपात में है इन मिश्रणों को किस अनुपात में मिलाया जाये कि नए मिश्रण में आधा दूध और आधा पानी हो ?

Ans. माना $x : 1$ में मिलाया गया

$$\begin{aligned} \text{दूध की मात्रा} &= \left(x \times \frac{5}{8}\right) + \left(1 \times \frac{2}{5}\right) \\ &= \frac{25x+16}{40} \end{aligned}$$

$$\text{पानी की मात्रा} = \left(x \times \frac{3}{8}\right) + \left(1 \times \frac{3}{5}\right) = \frac{15x+24}{40}$$

$$\therefore \frac{25x+16}{40} = \frac{15x+24}{40} = x = \frac{4}{5}$$

$$\text{अभीष्ट अनुपात} = \frac{4}{5} : 1 = 4 : 5$$

अध्याय - 14

चाल, समय और दूरी

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$$

$$\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

$$\text{दूरी} = \text{चाल} \times \text{समय}$$

- (1) किलोमीटर /घंटा को मीटर /सेकंड में बदलना -

$$x \text{ km / h} = \left(x \times \frac{5}{18}\right) \text{ m / sec.}$$

$$\begin{aligned} 54 \text{ km / h} &= 54 \times \frac{5}{18} \\ &= 15 \text{ m / sec.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 72 \text{ km/h} &= 72 \times \frac{5}{18} \\ &= 20 \text{ m / sec.} \end{aligned}$$

- (2) मीटर/ सेकंड को किलोमीटर / घंटा में बदलना

$$x \text{ m/sec.} = \left(x \times \frac{18}{5}\right) \text{ km/ h}$$

$$\begin{aligned} 10 \text{ m/sec} &= 10 \times \frac{18}{5} \\ &= 36 \text{ km/h} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25 \text{ m/sec} &= 25 \times \frac{18}{5} \\ &= 90 \text{ km / h} \end{aligned}$$

साधारण प्रश्न - Type - 1

1. एक स्कूटर सवार 54km/h की चाल से 1 मिनट में कितनी दूरी तय करेगा !

$$54 \times \frac{5}{18} = 15 \text{ m / sec}$$

$$1 \text{ मिनट} = 60 \text{ से.}$$

$$\text{दूरी} = \text{समय} \times \text{चाल}$$

$$= 60 \times 15$$

$$= 900 \text{ m}$$

2. एक गाड़ी 180 किलोमीटर की दूरी 4 घंटे में तय करती है ! यदि वह दो तिहाई चाल से चले तो कितना अधिक समय लगेगा ?

$$\begin{aligned} \text{चाल} &= \frac{180}{4} \\ &= 45 \text{ km / h} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{समय} &= \frac{180}{30} \\ &= 6 \text{ घंटे} \end{aligned}$$

$$\text{दो तिहाई चाल} = 45 \times \frac{2}{3}$$

$$\text{अधिक समय} = 6 - 4$$

$$= 30 \text{ km/h}$$

$$= 2 \text{ घंटे}$$

2 Method

$$\begin{aligned} \text{चाल} &= \frac{180}{4} \\ &= 45 \text{ km/h} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc} & 3 & : & 2 \\ & \times 15 & & \times 15 \\ & \downarrow & & \downarrow \\ 45 \text{ km/h} & & & 30 \text{ km/h} \end{array}$$

$$\text{समय} = \frac{180}{30} = 6 \text{ घंटे}$$

$$\text{अधिक समय} = 6 - 4 = 2 \text{ घंटे}$$

3. दो रेलगाड़ियों की चाल 6 : 7 के अनुपात में है ! यदि दूसरी रेलगाड़ी 4 घंटे में 364 किलोमीटर चले , तो पहली रेलगाड़ी की चाल कितनी है ?

पहली ट्रेन : दूसरी ट्रेन

$$\begin{array}{ccc} & 6 & : & 7 \\ & \times 13 & & \times 13 \\ 78 \text{ km/h} & & & 91 \text{ km/h} \end{array}$$

$$\text{चाल} = \frac{364}{4} = 91 \text{ km/h}$$

पहली ट्रेन की चाल 78 km/h होगी ।

4. स्कूटी पर सवार एक व्यक्ति 5 मीटर/ सेकंड की चाल से 3 घंटे 20 मिनट में कितने किलोमीटर दूरी तय करेगा?

$$5 \times \frac{18}{5} \quad 3 \text{ घंटा } 20 \text{ मिनट} = 3 + \frac{20}{60}$$

$$\text{दूरी} = 18 \times \frac{10}{3} = \frac{10}{3} \text{ घंटे}$$

$$= 60 \text{ km}$$

Type - 2 जब कोई दूरी भिन्न - 2 चाल से चली जाये-

1. किसी यात्रा का आधा भाग 21 km/h तथा शेष भाग 24 km/h चाल से चलकर पूरी यात्रा 10 घंटे में चाल लेता है ! यात्रा की कुल दूरी ज्ञात करें !

$$\text{माना कुल दूरी} = 2x \text{ km} \quad \frac{15x}{168} = 10$$

$$\frac{x}{21} + \frac{x}{24} = 10$$

$$x = 112 \text{ km}$$

$$\text{कुल दूरी} = 2 \times 112$$

$$\frac{8x + 7x}{168} = 10$$

$$= 224 \text{ km}$$

2 Method

$$\begin{aligned} \text{दूरी} &= \frac{2 \times S1 \times S2}{S1 + S2} \times \text{Time} \\ &= 2 \times \frac{21 \times 24}{(21+24)} \times 10 = 224 \text{ km} \end{aligned}$$

2. एक साइकिल सवार एक निश्चित दूरी का आधा भाग 6 km/h शेष आधा 5 km/h की चाल से चलकर कुल 11 घंटे का समय लेता है वह दूरी कितनी है ?

$$\text{माना कुल दूरी} = 2x$$

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{5} = 11$$

$$\frac{5x + 6x}{30} = 11$$

$$11x = 11 \times 30 \quad \text{कुल दूरी} = 2 \times 30$$

$$x = 30 \text{ km} \quad = 60 \text{ km}$$

2 Method

$$\begin{aligned} \text{दूरी} &= \frac{2(6 \times 5)}{(6+5)} \times 11 \\ &= 60 \text{ km} \end{aligned}$$

3. एक कार A से B तक की दूरी का $\frac{1}{5}$ भाग 8 km/h की चाल से चलती है , $\frac{1}{10}$ भाग , 25 km/h की गति से चलती है और शेष 20 km/h की गति से चलती है ! पूरी यात्रा की औसत गति ज्ञात करो !

$$\text{कुल दूरी} = 10 \text{ km (S, 10 L. C. M.)}$$

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{5} & : & \frac{1}{10} & : & \text{शेष} \\ 2 & : & 1 & : & 7 \end{array}$$

$$\text{औसत चाल} = \frac{10}{\frac{2}{8} + \frac{1}{25} + \frac{7}{20}}$$

$$\frac{2}{8} + \frac{1}{25} + \frac{7}{20}$$

$$= \frac{50+8+70}{200} = \frac{64}{100}$$

$$\text{चाल} = \text{दूरी} / \text{समय}$$

$$= \frac{10}{\frac{64}{100}} \times 100$$

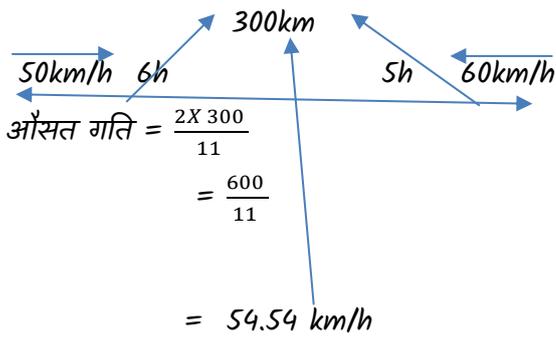
$$= \frac{1000}{64}$$

$$= 15.625 \text{ km/h}$$

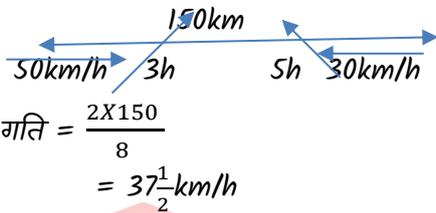
Type - 3 जब दो व्यक्ति एक ही दिशा में चले

1. स्थान A पर एक सिपाही खड़ा था ! उससे 500 m दूरी पर स्थान B पर एक चोर उसे देखता है और आगे की ओर 15 km/h की रफ्तार से भागता है ! उसी क्षण सिपाही 20 km/h की रफ्तार से उसका पीछा करता है ! ज्ञात कीजिए कि सिपाही चोर को कितने समय में पकड़ लेगा ?

3. एक साईकिल सवार 50km/h की गति से कुछ दूरी तय करता है तथा 60km/h की गति से वापस आता है उसकी औसत गति ज्ञात करो !



4. एक मोटर चालक 150km दूरी पर स्थित एक स्थान के लिये 50km/h की औसत गति से आता है तथा वापसी में 30km/h की गति से आता है उसकी सम्पूर्ण यात्रा की औसत गति क्या होगी ?



Type - 6 जब कोई व्यक्ति अपनी आंशिक चाल से चाल चले -

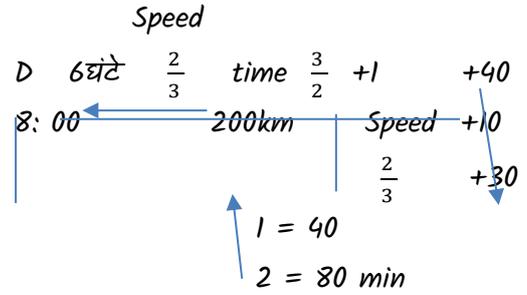
1. अपनी चाल के 6/7 भाग से जाने से एक आदमी 12min लेट हो जाता है ! दूरी तय करने में वास्तविक चाल से लगने वाला समय ज्ञात करो !

Speed : Time
 $\frac{6}{7} : \frac{7}{6} + 1$ $1 = 12 \text{ min}$
 $6 = 12 \times 6 = 72 \text{ min}$

2. एक निश्चित दूरी तय करने में A तथा B की चाल का अनुपात 3 : 4 है ! पहुंचने में A ,B से 30 min. ज्यादा लेता है ! दूरी तय करने में A द्वारा लगा समय ज्ञात करो !

A : B $1 = 30 \text{ min}$
d - 3 : 4 $4 = 4 \times 30$
time - 4 : 3 $\rightarrow = 120 \text{ min} + 1$

3. एक ट्रेन दिल्ली से सुबह 8 बजे चलती है ! 6 घंटे बाद ट्रेन में कुछ खराबी आ जाती है जिसकी वजह से ये अपनी 2/3 चाल से आगे बढ़ती है और 40 min. लेट हो जाती है ! अगर यह ट्रेन 200km आगे खराब हुई होती तो यह केवल 30 min लेट होती है ! दिल्ली से आगरा के बीच की दूरी ज्ञात करो !



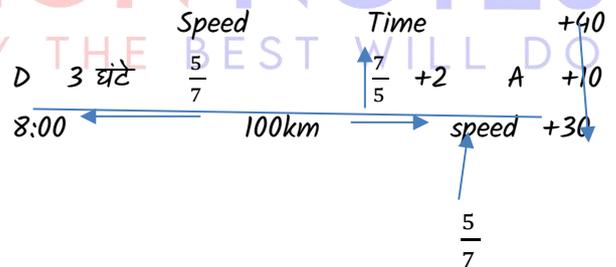
Total time = 6+80 min
= $\frac{22}{3}$ hour

अगर ट्रेन अपनी मुलगति से चलती तो उसे $\frac{22}{3}$ घंटे लगते

Speed : Time $1 \rightarrow 10$
 $\frac{2}{3} : \frac{3}{2} + 1$
 \rightarrow 20 min

Speed = $\frac{200 \times 3}{1} = 600 \text{ km/h}$
Distance = $\frac{22}{3} \times 60 = 440 \text{ km}$

1. एक ट्रेन दिल्ली से सुबह 8 बजे चलती है ! 3 घंटे बाद ट्रेन में कुछ खराबी आ जाती है ! जिसकी वजह से ये अपनी 5/7 चाल से आगे बढ़ती है और 40 min लेट हो जाती है ! अगर यह ट्रेन 100 km आगे खराब हुई होती तो यह केवल 30 min लेट होती है ! दिल्ली से आगरा के बीच की दूरी ज्ञात करो !



3 कुल दूरी को मुलगति से तय करने में लगा समय
= $3 + \frac{100}{60} \text{ h}$ $2 = 40$
= $\frac{14}{3}$ घंटे $1 = 20 \text{ min}$

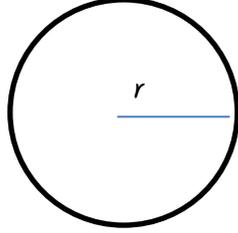
speed time $5 = 100 \text{ min}$
 $\frac{5}{7}$ $\frac{7}{5}$ $2 = 10 \text{ min}$
 \rightarrow 25 min $1 = 5 \text{ min}$

Speed = $\frac{100}{5} \times 12$
= 240 km/h
Distance = $\frac{14}{3} \times 240 = 1120 \text{ km}$

अध्याय - 16

क्षेत्रमिति द्विविमीय

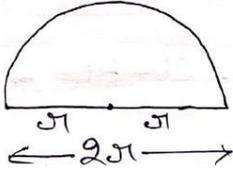
- परिमाप = सभी बाहरी सीमाओं की लम्बाई का योग, परिमाप होता है
- क्षेत्रफल = बाहरी सीमा द्वारा घेरा गया क्षेत्र, क्षेत्रफल होता है !
- वृत्त (Circle) :-**
- परिधि = $2\pi r$
- क्षेत्रफल = πr^2



अर्धवृत्त (Semi Circle) :-

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \pi r^2$$

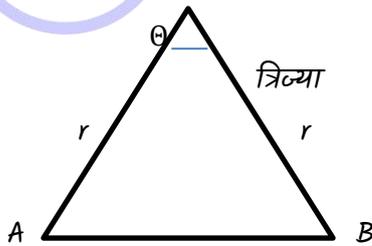
$$\text{परिमाप} = \pi r + 2r = r(\pi + 2)$$



त्रिज्यखंड (Sector)

$$\text{चाप AB} = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

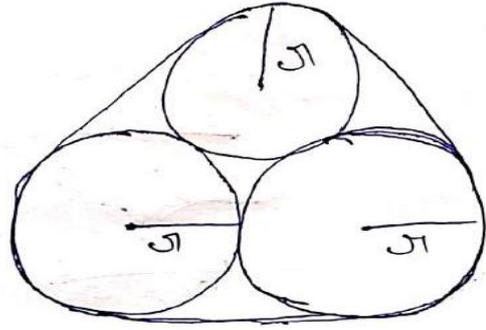
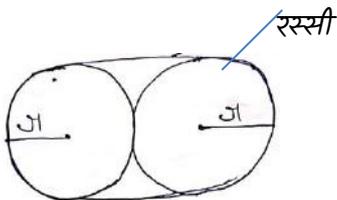


रस्सी की लम्बाई

माना d पुली का व्यास है और r त्रिज्या है ! सभी पुली समान हैं !

$$d = 2r$$

$$\text{रस्सी की लम्बाई} = 2d + 2\pi r$$



$$\text{रस्सी की लम्बाई} = 3d + 2\pi r$$

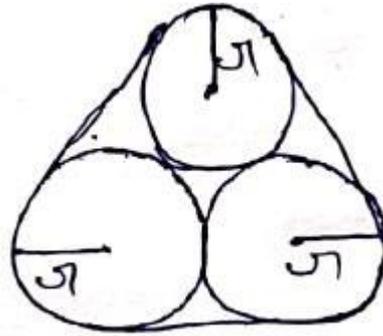
प्रश्न-1 10 सेमी व्यास वाले 3 वृत्त एक दूसरे को स्पर्श करते हैं तथा उन्हें एक रबर द्वारा बांधा जाता है ! रबर की लम्बाई ज्ञात कीजिए !

$$\text{रबर की लम्बाई} = 3d + 2\pi r$$

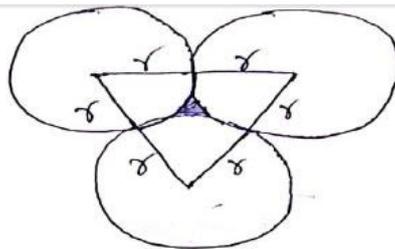
$$= 3 \times 10 + 2 \times 5 \times \pi$$

$$= 30 + 10\pi \text{ cm}$$

$$d = 10 \text{ cm}, r = 5 \text{ cm}$$



छायांकित भाग का क्षेत्रफल -

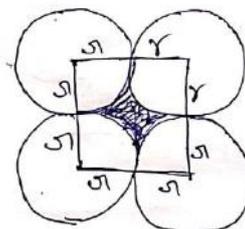


$$\text{क्षे.} = r^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\text{परिमाप} = \pi r$$

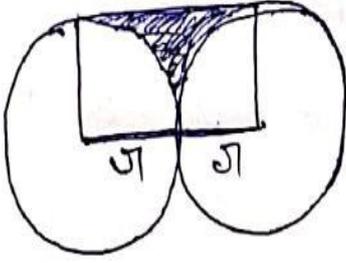
$$(2) \text{ क्षे.} = r^2 (4 - \pi)$$

$$\text{परिमाप} = 2\pi r$$



(3) क्षेत्र = $r^2 (2 - \frac{\pi}{2})$

परिमाप = πr



वृत्त पर आधारित प्रश्न

- (1) 5 cm त्रिज्या वाले वृत्त के त्रिज्यखंड का ज्ञात करे, जो 3.5 cm लम्बाई वाले चाप द्वारा निर्मित है ?

त्रिज्या (r) = 5 cm

चाप (l) = 3.5 cm

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times l \times r$
 $= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 5$
 $= 8.75 \text{ cm}^2$

- (2) किसी वर्ग और वृत्त का परिमाप समान है ! यदि वृत्त का क्षेत्रफल 3850 m² हो , तब वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करे ?

वर्ग का परिमाप = 4a (यदि भुजा a हो)

वृत्त का परिमाप = 2πr

4a = 2πr

$r = \frac{4a}{2\pi}$

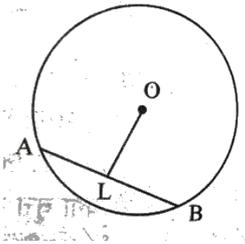
वृत्त का क्षेत्रफल = πr²

3850 = π × $\frac{4a}{2\pi}$ × $\frac{4a}{2\pi}$

$7 \times \frac{4 \times a^2}{22} = 3850$

$a^2 = 3025 \text{ m}^2$

- (3) एक वृत्त के केंद्र से 12 cm की दूरी पर 32 cm लम्बी जीवा खींची गई है इस वृत्त की त्रिज्या कितनी है।



हल :- OL = 12 cm, AB = 32 cm [क्योंकि दिया है]

हमें ज्ञात करना है OA = OB = ?

बिंदु O को A से और B से मिलाने पर त्रिभुज OAB में हमें दो समकोण त्रिभुज OLB और OLA प्राप्त होती हैं समकोण त्रिभुज OLB में,

$(OL)^2 + (LB)^2 = (OB)^2$

$(12)^2 + (16)^2 = (OB)^2$

$(OB)^2 = 400$

वृत्त की त्रिज्या = OB = 20 cm

- (3) 21 cm भुजा वाले एक वर्ग अंदर खींचे जा सकने वाले बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल है ?

2r = 21 cm

$R = \frac{21}{2} \text{ cm}$

वृत्त का क्षेत्रफल = πr²

$= \frac{21}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$

$= \frac{693}{2} \text{ सेमी.}^2$



- (4) 120 cm परिमाप वाले वर्ग में बने बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें?

वर्ग का परिमाप = 4a 2r = 30

4a = 120 त्रिज्या (r) = 15cm

a = 30 cm वृत्त का क्षेत्रफल = πr²

$= \frac{22}{7} \times (15)^2 \text{ cm}^2$

Note :- वृत्त के व्यास की लम्बाई वर्ग की भुजा के बराबर है !

- (5) 148 सेमी लम्बे तथा 14 सेमी चौड़े आयत में खींचे गए बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

2r = 14 cm

r = 7 cm

वृत्त का क्षेत्रफल = πr²

$= \frac{22}{7} \times 7^2$

$= 154 \text{ cm}^2$

(9) 10 सेमी भुजा वाले समबाहु त्रिभुज ABC में भुजा BC को बिंदु D तथा E द्वारा तीन बराबर भागों में बाँटा गया !

ΔAFC में

$$AF^2 + BF^2 = AB^2$$

$$h^2 + 25 = 100$$

$$h^2 = 75$$

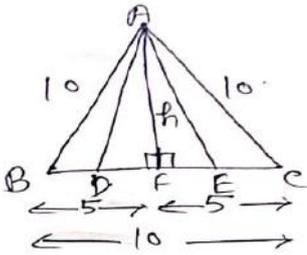
$$h = 5\sqrt{3}$$

ΔADF में

$$AF^2 + DF^2 = AD^2$$

$$(5\sqrt{3})^2 + (5 - \frac{10}{3})^2 = AD^2$$

$$AD = \frac{10\sqrt{7}}{3}$$



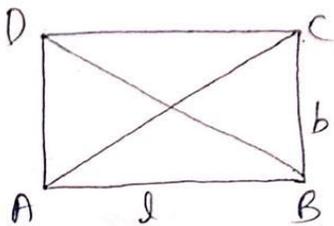
(10) किसी समद्विबाहू त्रिभुज की दो भुजाएँ 15 सेमी तथा 22 सेमी हैं ! परिमाण के संभव मान क्या होंगे ?

$$15 \times 2 + 22 = 52 \text{ cm}$$

$$22 \times 2 + 15 = 59 \text{ cm}$$

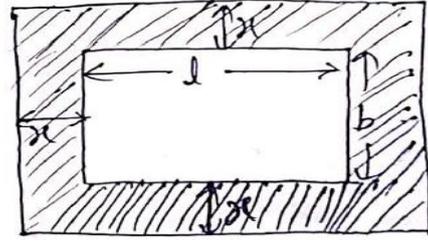
आयत (Rectangle):-

- (1) ABCD एक आयत है !
- (2) आयत का प्रत्येक कोण 90° का होता है !
- (3) आयत के दोनों विकर्ण समान होते हैं लेकिन एक दूसरे की समद्विभाजित नहीं करते !
- (4) आयत का क्षेत्र = लम्बाई \times चौड़ाई
- (5) परिमाण = 2 (लम्बाई + चौड़ाई)



आयत के बाहर पथ -

एक पार्क है जिसकी लम्बाई l तथा चौड़ाई b है ! इसके बाहर x m चौड़ाई का रास्ता बना है,



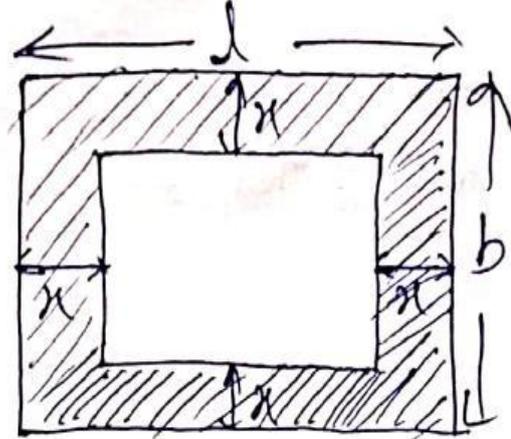
तो पथ का क्षेत्र = $2 \times (l + b + 2x)$

परिमाण = $4(l + b + 2x)$

आयत के अंदर का पथ -

एक पार्क है जिसकी लम्बाई l तथा चौड़ाई b है इसके अंदर x m चौड़ाई का एक रास्ता बना है !

रास्ते का क्षेत्र = $2 \times (l + b - 2x)$

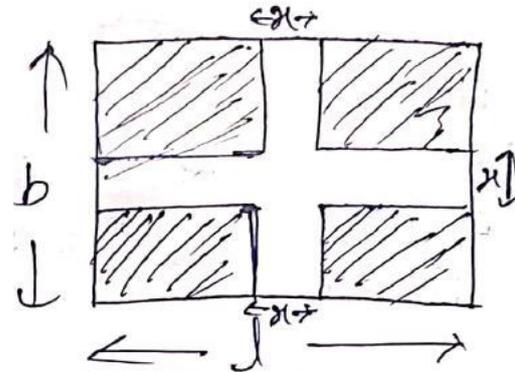


जब पार्क की लम्बाई तथा चौड़ाई के बीच रास्ता बना हो -

तो आयत का शेष (छायांकित क्षेत्र)

का क्षेत्र = $(l - x)(b - x)$

पथ का क्षेत्र = $(lx + bx - x^2)$



आयत पर आधारित प्रश्न -

- (1) किसी आयताकार क्षेत्र की लम्बाई तथा चौड़ाई का अनुपात $3 : 2$ है ! यदि आयताकार क्षेत्र का परिमाण 80 m हो तब उसकी चो. ज्ञात करें !

$$\text{लम्बाई} = 3x$$

$$\text{चौड़ाई} = 2x$$

(3) किसी समचतुर्भुज के विकर्ण पर बने वर्गों का योग 400

m है! समचतुर्भुज की भुजा ज्ञात करे?

$$d_1^2 + d_2^2 = 4 (\text{side})^2$$

$$4 (\text{side})^2 = 400$$

$$\text{side}^2 = 100$$

$$\text{side} = 10 \text{ m}$$

(4) एक समचतुर्भुज जिसका विकर्ण $BD = 8 \text{ cm}$ है! $\angle A = 60^\circ$ है! तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या होगा?

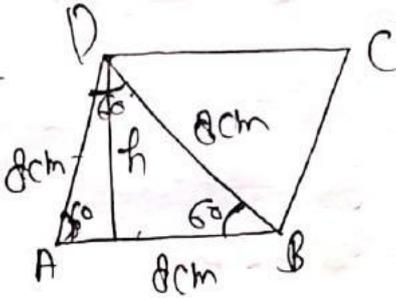
$$\text{समबाहू } \Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ भुजा}^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 8 \times 8$$

$$= 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\text{समचतुर्भुज का क्षे.} = 2 \times 16\sqrt{3}$$

$$= 32\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



(5) एक समचतुर्भुज की भुजा और विकर्ण क्रमशः 5 cm तथा 8 cm है! चतुर्भुज का क्षे. ज्ञात कीजिए!

$$DC^2 = OD^2 + OC^2$$

$$5^2 = OD^2 + 4^2$$

$$OD^2 = 9$$

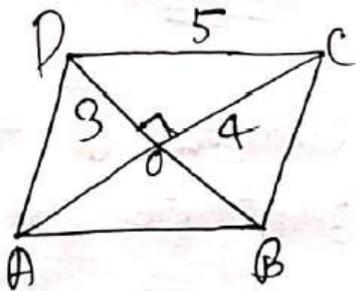
$$OD = 3 \text{ cm}$$

$$\text{विकर्ण} = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}$$

$$\text{क्षे.} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8$$

$$= 24 \text{ cm}^2$$



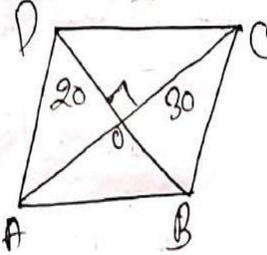
(6) एक समचतुर्भुज के विकर्ण $2 : 3$ के अनुपात में हैं! यदि उसका क्षेत्रफल 1200 m^2 हो तो चतुर्भुज की भुजा ज्ञात कीजिए!

$$\frac{1}{2} \times 2x \times 3x = 1200$$

$$3x^2 = 1200$$

$$x^2 = 400$$

$$x = 20, 2x : 3x = 40 : 60$$



ΔODC में

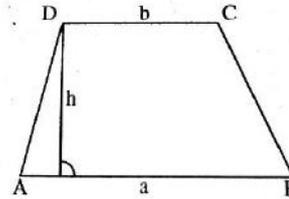
$$DC^2 = OD^2 + OC^2$$

$$= 20^2 + 30^2$$

$$= 400 + 900$$

$$DC^2 = 1300 = DC = 36.05 \text{ cm}$$

समलम्ब चतुर्भुज :- ऐसा चतुर्भुज जिसके आमने-सामने की भुजाओं का सिर्फ एक युग्म समानान्तर होता है। समलम्ब चतुर्भुज कहलाता है।



$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{ऊँचाई} \times \text{समानान्तर भुजाओं का योग}$$

Q.1 एक समलम्ब चतुर्भुज की समान्तर भुजाएँ क्रमशः 46 मीटर तथा 25 मीटर हैं एवं ऊँचाई 12 मीटर है उस चतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या होगा?

हल \rightarrow समलम्ब चतु. क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times \text{ऊँचाई} \times \text{समानान्तर भुजाओं का योग}$

$$\Rightarrow \text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 12 (46 + 25)$$

$$\Rightarrow 6 \times 71 = 426 \text{ वर्ग मीटर}$$

Q.2 किसी समलम्ब चतुर्भुज का परिमाण 58 सेमी. है और इसकी असमान्तर भुजाओं की लम्बाइयों का योग 20 सेमी. है। यदि इसका क्षेत्रफल 152 सेमी² हो, तो समान्तर भुजाओं के बीच की दूरी सेमी. में है-

हल \rightarrow समलम्ब चतु. क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times (\text{समानान्तर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$

Q.4. यदि पुस्तक के एक संस्करण के लिए, कागज की लागत 56250 रु, फिर इस संस्करण के लिए प्रचार लागत ज्ञात करें?

- (A) Rs. 20,000 (B) Rs. 22,500
(C) Rs. 25,500 (D) Rs. 28,125

Ans . B

Q.5. यदि पुस्तकों की एक निश्चित मात्रा के लिए, प्रकाशक को रु। मुद्रण लागत के रूप में 30,600, फिर इन पुस्तकों के लिए दी जाने वाली रॉयल्टी की राशि कितनी होगी?

- (A) Rs. 19,450 (B) Rs. 21,200
(C) Rs. 22,950 (D) Rs. 26,150

Ans . C

Directions (6-10): नीचे दिए गए पाई चार्ट में एक महीने में एक दुकान के छह आइटम्स के (LED, refrigerator, cable, laptops, mobile and calculator) के द्वारा उत्पन्न राजस्व का प्रतिशत दर्शाया गया है? (मान लें कि दुकान में केवल इन छह वस्तुओं को ही बेचा जाता है)



Q6. रेफ्रिजरेटर से होने वाली आय लैपटॉप से होने वाली आय से कितनी अधिक है?

- (a) Rs.40960 (b) Rs.64000
(c) Rs.59200 (d) Rs.50880
(e) Rs.48000

Ans. 28.70 - 12.80 = 15.90 %

$$15.90\% \times 320000 = 50880$$

Q7. सेंद्रल एंगल(in degree) द्वारा प्राप्त आय में व refrigerator, laptops और mobile की आय में कितना अंतर है ?

- (a) 144 (b) 108
(c) 72 (d) 180
(e) 240

Q8. Mobile से होने वाली आय व calculator से होने वाली आय का कितना % है?

- (a) 370% (b) 225%
(c) 250% (d) 275%
(e) 270%

Q9. यदि एक महीने में कुल 4 LED बेचे गए और उस महीने में प्रत्येक लैपटॉप का बिक्री मूल्य 5120 रुपये हैं तो बेचे गए लैपटॉप की संख्या उस महीने में बेची गई LED की संख्या का कितने % है?

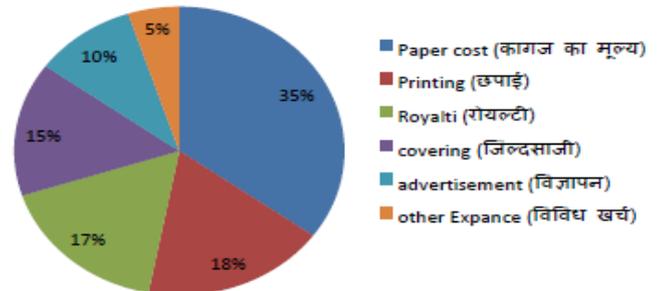
- (a) 50% (b) 100%
(c) 25% (d) 75%
(e) 200%

Q10. केबल व मोबाइल को मिलाकर दोनों की कुल कितनी आय (in Rs.) है?

- (a) 223100 (b) 123000
(c) 123200 (d) 148200
(e) None of these.

निर्देश (प्रश्न 11 से 15): एक प्रकाशक द्वारा एक पुस्तक छपने पर विभिन्न मदों में किए गए खर्च का ब्यौरा नीचे दिए गए पाई-चार्ट में दिया गया है. इसका भली भांति अध्ययन करके नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिये.

Book publishing in various spending items
(पुस्तक प्रकाशन में विभिन्न मदों में खर्च) (%)



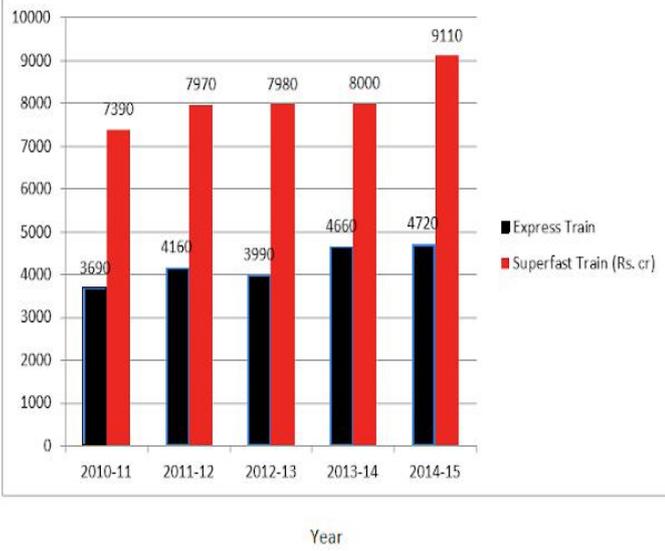
Q11. जिल्दसाजी का खर्च कागज के मूल्य का कितने प्रतिशत है?

- A. 37% B. 39%
C. 43% D. 51%

Ans . C

Bar Graph DI

निर्देश (1-5): नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर देने के लिए निम्नलिखित बार ग्राफ का अध्ययन करें:
सुपर फास्ट ट्रेनों और एक्सप्रेस ट्रेनों से रेलवे की आय



दोनों (सुपर फास्ट ट्रेनों और एक्सप्रेस ट्रेनों) पर रेलवे का कुल व्यय [लाभ = आय - व्यय]



1. निम्नलिखित में से किस वर्ष में रेलवे की कुल आय में प्रतिशत वृद्धि / कमी में प्रतिशत वृद्धि / कमी है, जो कि उसके स्पष्ट वर्ष की तुलना में अधिकतम है?

- (A) 2012 - 13 (B) 2014 - 15
(C) 2011-12 (D) 2013-14

Ans. (C)

$$\text{In } 2011 - 12 = \frac{12130 - 11080}{11080} \times 100 = 9.48\%$$

$$2012 - 13 = \frac{11970 - 12130}{12130} \times 100 = -1.32\%$$

$$2013 - 14 = \frac{12660 - 11970}{11970} \times 100 = 5.76\%$$

$$2014 - 15 = \frac{13830 - 12660}{12660} \times 100 = 9.24\%$$

Hence, maximum increase is in 2011-12

2. निम्नलिखित में से किस वर्ष में रेलवे का लाभ अधिकतम है?

- (A) 2011-12
(B) 2012-13
(C) 2013-14
(D) दिए गए विकल्पों में से अन्य

Ans. (B)

लाभ (करोड़ रु):

$$2010 - 11 = 1370, 2011-12 = 2270, 2012-13 = 3010$$

$$2013-14 = 2060, 2014 - 15 = 1330$$

इसलिए, अधिकतम लाभ 2012-13 में है

3. कई वर्षों में एक्सप्रेस गाड़ियों से होने वाली आय, दी गई सभी वर्षों की औसत आय से कम है?

- (A) 3
(B) 1
(C) कोई नहीं
(D) दिए गए विकल्पों में से अन्य

Ans. (A)

3 साल (अर्थात् 2010-11, 2011-12, 2012-13) में एक्सप्रेस ट्रेनों से होने वाली आय एक्सप्रेस ट्रेनों की औसत आय से कम है।

4. सभी दिए गए वर्षों के लिए सुपर फास्ट ट्रेनों से कुल आय की तुलना में 2011-12 में सुपर फास्ट ट्रेन से अनुमानित प्रतिशत आय क्या है?

- (A) दिए गए विकल्पों में से अन्य (B) 24%
(C) 28% (D) 20%

Ans. (D)

$$\frac{7970}{40450} \times 100 = 20\%$$

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से विभिन्न परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम देखने के लिए क्लिक करें -  (Proof Video Link)

RAS PRE. 2021 - <https://shorturl.at/qBJ18> (74 प्रश्न, 150 में से)

RAS Pre 2023 - <https://shorturl.at/tGHRT> (96 प्रश्न, 150 में से)

UP Police Constable 2024 - <http://surl.li/rbfyn> (98 प्रश्न, 150 में से)

Rajasthan CET Gradu. Level - <https://youtu.be/gPqDNlc6UR0>

Rajasthan CET 12th Level - <https://youtu.be/oCa-CoTFu4A>

RPSC EO / RO - <https://youtu.be/b9PKj14nSxE>

VDO PRE. - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856Wl8&t=202s>

Patwari - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=2s>

PTI 3rd grade - https://www.youtube.com/watch?v=iA_MemKKgEk&t=5s

SSC GD - 2021 - <https://youtu.be/2gzzfJyt6vl>

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्नों की संख्या
MPPSC Prelims 2023	17 दिसम्बर	63 प्रश्न (100 में से)
RAS PRE. 2021	27 अक्टूबर	74 प्रश्न आये
RAS Mains 2021	October 2021	52% प्रश्न आये

whatsapp - <https://wa.link/brl63m> 1 web. - <http://surl.li/grpcbn>

RAS Pre. 2023	01 अक्टूबर 2023	96 प्रश्न (150 में से)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
RPSC EO/RO	14 मई (1st Shift)	95 (120 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्टूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्टूबर (2 nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्टूबर (2 nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसम्बर (1 st शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसम्बर (2 nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसम्बर (2 nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
U.P. SI 2021	14 नवम्बर 2021 1 st शिफ्ट	91 (160 में से)
U.P. SI 2021	21 नवम्बर 2021 (1 st शिफ्ट)	89 (160 में से)
Raj. CET Graduation level	07 January 2023 (1 st शिफ्ट)	96 (150 में से)
Raj. CET 12th level	04 February 2023 (1 st शिफ्ट)	98 (150 में से)
UP Police Constable	17 February 2024 (1 st शिफ्ट)	98 (150 में से)

& Many More Exams like UPSC, SSC, Bank Etc.

whatsapp - <https://wa.link/brl63m> 2 web.- <http://surl.li/grpcbn>

Our Selected Students

Approx. 137+ students selected in different exams. Some of them are given below -

Photo	Name	Exam	Roll no.	City
	Mohan Sharma S/O Kallu Ram	Railway Group - d	11419512037002 2	PratapNag ar Jaipur
	Mahaveer singh	Reet Level- 1	1233893	Sardarpura Jodhpur
	Sonu Kumar Prajapati S/O Hammer shing prajapati	SSC CHSL tier- 1	2006018079	Teh.- Biramganj, Dis.- Raisen, MP
N.A	Mahender Singh	EO RO (81 Marks)	N.A.	teh nohar , dist Hanumang arh
	Lal singh	EO RO (88 Marks)	13373780	Hanumang arh
N.A	Mangilal Siyag	SSC MTS	N.A.	ramsar, bikaner

	MONU S/O KAMTA PRASAD	SSC MTS	3009078841	kaushambi (UP)
	Mukesh ji	RAS Pre	1562775	newai tonk
	Govind Singh S/O Sajjan Singh	RAS	1698443	UDAIPUR
	Govinda Jangir	RAS	1231450	Hanumang arh
N.A	Rohit sharma s/o shree Radhe Shyam sharma	RAS	N.A.	Churu
	DEEPAK SINGH	RAS	N.A.	Sirsi Road , Panchyawa la
N.A	LUCKY SALIWAL s/o GOPALLAL SALIWAL	RAS	N.A.	AKLERA , JHALAWAR
N.A	Ramchandra Pediwal	RAS	N.A.	diegana , Nagaur

	Monika jangir	RAS	N.A.	jhunjhunu
	Mahaveer	RAS	1616428	village- gudaram singh, teshil-sojat
N.A.	OM PARKSH	RAS	N.A.	Teshil- mundwa Dis- Nagaur
N.A.	Sikha Yadav	High court LDC	N.A.	Dis- Bundi
	Bhanu Pratap Patel s/o bansi lal patel	Rac batalian	729141135	Dis.- Bhilwara
N.A.	mukesh kumar bairwa s/o ram avtar	3rd grade reet level 1	1266657	JHUNJHUN U
N.A.	Rinku	EO/RO (105 Marks)	N.A.	District: Baran
N.A.	Rupnarayan Gurjar	EO/RO (103 Marks)	N.A.	sojat road pali
	Govind	SSB	4612039613	jhalawad

	Jagdish Jogi	EO/RO Marks)	(84 N.A.	tehsil bhinmal, jhalore.
	Vidhya dadhich	RAS Pre.	1158256	kota
	Sanjay	Haryana PCS	96379	Jind (Haryana)

And many others.....

नोट्स खरीदने के लिए इन लिंक पर क्लिक करें

WhatsApp करें - <https://wa.link/brl63m>

Online Order करें - <http://surl.li/grpcbn>

Call करें - **9887809083**

whatsapp - <https://wa.link/brl63m> 6 web.- <http://surl.li/grpcbn>