

INFUSION NOTES

WHEN ONLY THE BEST WILL DO

हरियाणा CET COMMON ELIGIBILITY TEST

ग्रुप - C एवं ग्रुप - D पदों के लिए

भाग - 3

गणित एवं रीजनिंग

प्रस्तावना

प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स “हरियाणा CET (Common Eligibility Test)” को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है / ये नोट्स पाठकों को हरियाणा कर्मचारी चयन आयोग (HSSC), द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा “हरियाणा CET (Common Eligibility Test)” भर्ती परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे /

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है / अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं

प्रकाशकः

INFUSION NOTES

जयपुर, 302029 (RAJASTHAN)

मो : 01414045784, 9887809083

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : <http://www.infusionnotes.com>

मूल्य : ₹

संस्करण : नवीनतम

गणित

1. संख्या पद्धति	1
2. लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक	16
3. भिन्न एवं दशमलव	29
4. सरलीकरण	35
5. वर्गमूल	42
6. अनुपात-समानुपात	45
7. प्रतिशतता	55
8. लाभ और हानि	69
9. मिश्रण	83
10. चाल , समय और दूरी	85
11. साधारण और चक्रवृद्धि ब्याज	93
12. औसत	111
13. आयु	125
14. समय काम मजदूरी	134
15. क्षेत्रमिति	141
16. साझा	181
17. बीजगणित	191
18. त्रिकोणमितिय	211
19. ज्यामिति	225
20. डाटा इन्टरप्रिटेसन	230

रीजनिंग / तर्क शक्ति

1.	वर्णमाला परीक्षण (Alphabet Test)	250
2.	अक्षरांकीय श्रृंखला (Alphanumeric Series)	269
3.	सादृश्यता (Analogy)	277
4.	गणितीय संक्रियाएँ (Mathematical operations/ coded equation)	294
	• अंकगणितीय तर्कसंगत (Arithmetic reasoning)	
5.	आव्यूह (Matrix)	308
6.	वर्गीकरण (classification)	313
7.	लुप्त संख्या (Missing number)	316
8.	सार्थक क्रम (Systematic order)	322
9.	रक्त सम्बन्ध (Blood relation)	326
10.	कोडिंग - डिकोडिंग (Coding - decoding)	338
11.	असमानता (Coded-Inequalities)	352
12.	वेन आरेख (Venn diagram)	363
13.	घन एवं पासा (Cube and dice)	363
14.	आकृति श्रृंखला (figure series)	390
15.	समान आकृति (Similar shape)	396
16.	आकृतियों की गणना (Counting of figure)	400
17.	कागज मोड़ना एवं काटना (Paper folding and cutting)	404
18.	आकृति पूर्ति (Pattern Completion)	411
19.	न्याय वाक्य या न्याय नियमन (Syllogism)	417
20.	कथन एवं तर्क (Statment and Argument)	429
21.	कथन एवं निष्कर्ष (Statement & Conclusion)	436
22.	कथन एवं मान्यताएँ (पूर्वधारणाएँ)	441

अध्याय - 1

संख्या पद्धति

(Number system)

संख्या - एकल अंक अथवा अंकों का समूह संख्या कहलाता है। गणित की मूल विषय वस्तु संख्याएँ हैं। पूर्ण संख्याएँ धनात्मक पूर्ण संख्याएँ कुल दस होती हैं। जैसे- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 शून्य भी एक पूर्ण संख्या है।

1. प्राकृत संख्याएँ - 1, 2, 3, 4, ...
2. पूर्ण संख्याएँ - 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...
3. पूर्णांक संख्याएँ - $-\infty$ से $+\infty$ तक

नोट: 0 न तो धनात्मक संख्या है और न ही ऋणात्मक संख्या है यह उदासीन संख्या है।

प्राकृतिक संख्याएँ :- वे संख्याएँ जिनसे वस्तुओं की गणना की जाती है उन्हें धन पूर्णांक या प्राकृतिक संख्याएँ कहते हैं। उदा. 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... ∞

- शून्य प्राकृतिक संख्या नहीं है।
- कोई भी ऋणात्मक संख्या प्राकृतिक नहीं है।
- भिन्नात्मक संख्या प्राकृतिक संख्या नहीं होती है। जैसे:- $-3/4$, $-1/5$

सम संख्याएँ :- वे संख्याएँ जो दो (2) से विभाज्य (पूर्णांक) हो सम संख्याएँ कहलाती हैं।

नोट: शून्य एक सम संख्या है।

2. विषम संख्याएँ :- वे संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हों विषम संख्याएँ कहलाती हैं।

उदा. 1, 3, 5, 7, 9, 11. आदि। शून्य विषम संख्या नहीं है।

भाज्य संख्याएँ :-

01 से बड़ी वे सभी संख्याएँ जिनमें स्वयं और एक के अतिरिक्त कम से कम एक और संख्या का भाग लग सके भाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 4, 6, 8, 9, 15, 16 आदि।

नोट: दो (2) एक भाज्य संख्या नहीं है। यह एक अभाज्य संख्या है।

4. अभाज्य संख्याएँ :- वे संख्याएँ जो 1 और स्वयं के अतिरिक्त अन्य किसी संख्या से विभाज्य न हो अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। उदा. 2, 3, 5, 7, 11, 13, आदि संख्याएँ अभाज्य संख्याएँ हैं।

नोट: एक (1) अभाज्य संख्या नहीं है और न ही इसे भाज्य संख्या कह सकते हैं।

वास्तविक संख्याएँ - वे संख्याएँ जो या तो परिमेय हो या अपरिमेय, वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं। वास्तविक संख्याओं को संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है। किसी भी धनपूर्णांक जो पूर्ण वर्ग नहीं है का वर्गमूल अपरिमेय संख्या होगी। जैसे: $\sqrt{8}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{14}$ अपरिमेय संख्याएँ हैं।

टिप्पणी

किसी संख्या का योगात्मक प्रतिलोम = - संख्या (चिह्न परिवर्तन) किसी संख्या का गुणात्मक प्रतिलोम = 1 संख्या गुणात्मक तत्समक का मान 1 होता है।

- संख्या 1 न तो भाज्य संख्या है न अभाज्य संख्या
- 1 से 100 तक कुल अभाज्य संख्या-25
- 1 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या-15
- 1 से 25 तक कुल अभाज्य संख्या-9
- 25 से 50 तक कुल अभाज्य संख्या-6
- 50 से 100 तक कुल अभाज्य संख्या-10
- अंक 0 से 9 तक होते हैं अतः अंकों की संख्या 10 होती है
- संख्या 1 से शुरु होती है। संख्या अनंत होती है
- एक अंकीय संख्या 9 होती है
- दो अंकीय संख्या 90 होती है
- तीन अंकीय संख्या 900 होती है
- चार अंकीय संख्या 9000 होती है
- इसी प्रकार ... 1 से 100 तक की संख्याओं में शून्य के अंक 11 होते हैं
- 1 से 100 तक की संख्याओं में एक के अंक 21 होते हैं।
- 1 से 100 तक की संख्याओं में 2 से 9 तक प्रत्येक अंक 20 बार आते हैं।
- 1 से 100 तक की संख्याओं में कुल अंक 192 होते हैं
- विषम संख्याओं का वर्ग सदैव विषम और सम संख्याओं का वर्ग सदैव सम होता है।
- परिमेय संख्या वे संख्याएँ हैं जो $\frac{P}{q}$ के रूप में लिखी जाती हैं (पर q शून्य न हो)

$\frac{0}{1} = 0, \frac{4}{1} = 4, \frac{4}{7}, \frac{9}{2}, \frac{-3}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{22}{7}$, आदि परिमेय संख्याएँ हैं

- अपरिमेय संख्या - जिन्हें P/q के रूप में नहीं लिखा जा सकता। $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$ इत्यादि।
- (π का मान $\frac{22}{7}$ परिमेय है)
- सभी परिमेय तथा अपरिमेय संख्या वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं।
- दो परिमेय संख्याओं के बीच अनंत परिमेय संख्याएँ होती हैं।
- प्राकृतिक - 1 से होकर अनंत तक होती हैं।
- 1, 2, 3, ∞
- पूर्ण संख्याएँ - प्राकृतिक संख्याओं में 0 शून्य शामिल करने पर
- 0, 1, 2, 3, ∞
- सम संख्याएँ (Even No.) जो 2 से कट जाए
- 2, 4, 6, 8, ∞
- विषम (Odd No) जो 2 से न कटे
- 1, 3, 5, ∞
- भाज्य (Composite) जो 1 तथा स्वयं के अलावा भी किसी अन्य से कट जाए।
- 6, 8, 9, 10, 12 ये सभी भाज्य हैं। (कम से कम 3 संख्याएँ से कटे)
- अभाज्य (Prime) जो स्वयं तथा 1 के अलावा अन्य से न कटे।
- 2, 3, 5, 7, 11, आदि।
- सबसे छोटी अभाज्य - 2 (1 न तो भाज्य है न अभाज्य)

अंक ज्ञात करना -

= संख्या 1 और 58 के बीच सभी अंक ज्ञात करें !

$$1 \rightarrow 9 = 9 \times 10 = 90$$

$$10 \rightarrow 58 = 49NX2D = \underline{98D}$$

107D

= संख्या 1 और 79 के बीच सभी अंक ज्ञात करें !

$$1 \rightarrow 9 = 9NX1D = 9D$$

$$10 \rightarrow 79 = 70NX2D = \underline{140D}$$

$$149D$$

= संख्या 1 और 96 के बीच सभी अंक ज्ञात करें !

$$1 \rightarrow 9 = 9NX1D = 9D$$

$$10 \rightarrow 96 = 87NX2D = \underline{174D}$$

$$183D$$

= संख्या 1 और 99 के बीच सभी अंक ज्ञात करें !

$$1 \rightarrow 9 = 9NX1D = 9D$$

$$10 \rightarrow 99 = 90NX2D = \underline{180D}$$

$$189D$$

= संख्या 1 और 123 के बीच सभी अंक ज्ञात करें !

$$1 \rightarrow 99 \rightarrow 99N \rightarrow 189D$$

$$100 \rightarrow 123 \rightarrow 24NX3D \rightarrow \underline{72D}$$

$$261D$$

= संख्या 1 और 187 के बीच सभी अंक ज्ञात करें !

$$1 \rightarrow 99 \rightarrow 99N \rightarrow 189D$$

$$100 \rightarrow 187 \rightarrow 88NX3D \rightarrow \underline{264D}$$

$$453D$$

= संख्या 1 और 527 के बीच सभी अंक ज्ञात करें

$$1 \rightarrow 99 \rightarrow 99NX1D = 189D$$

$$100 \rightarrow 527 \rightarrow 428NX3D = \underline{1284D}$$

$$1473D$$

= संख्या 1 और 999 के बीच सभी अंक ज्ञात करें

$$1 \rightarrow 99 \rightarrow 99N \rightarrow 189D$$

$$100 \rightarrow 999 \rightarrow 900NX3D \rightarrow \underline{2700D}$$

$$2889D$$

= संख्या 1 और 1284 के बीच सभी अंक ज्ञात करें

$$1 \rightarrow 999 \rightarrow 999N = 2889D$$

$$1000 \rightarrow 1284 \rightarrow 285NX4D = 1140D$$

$$4029D$$

= संख्या 1 और 8122 के बीच सभी अंक ज्ञात करें

$$1 \rightarrow 999 \rightarrow 999N = 2889D$$

$$1000 \rightarrow 8122 \rightarrow 7123NX4D = \underline{28492D}$$

$$31381D$$

= नीचे दिये गये अंको की संख्या से अंतिम तीन अंक ज्ञात करें !

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ \text{-----}\underline{27}\ \underline{28}\ \underline{29},\ 49\ d$$

= नीचे दिये गए अंको की संख्या से अंतिम तीन अंक ज्ञात करें !

जैसे:- 73584 में 584, 8 से विभाजित है तो यह संख्या भी 8 से विभाजित होगी।

9 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के अंको के योग में 9 से पूरा-पूरा भाग चला जाए तो वह संख्या 9 से भाज्य होगी ।

जैसे:- 47691, $4+7+6+9+1=27$

27, 9 से भाज्य है तो यह संख्या भी 9 से भाज्य होगी।

11 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के सम स्थानों के अंको और विषम स्थानों के अंको का अंतर 0 या 11 से विभाज्य हो तो वह संख्या 11 से विभाजित होगी।

जैसे:- 95744 $(9+7+4)-(5+4)=20-9=11$

इनका अंतर 11 से भाज्य है तो यह संख्या भी 11 से भाज्य होगी।

Note:- यदि कोई संख्या 6 बार एक ही अंक की पुनरावृत्ति से बनी हो तो वह संख्या 3, 7, 11, 13 व 37 से पूर्णतः विभाजित होती है।

इकाई अंक कैसे निकाले

जिस संख्या का इकाई अंक 0,1,5,6 हो उसका इकाई अंक सेम यही रहेगा ।

- 0,1,5,6 के अतिरिक्त दूसरा हो तो

जैसे $(352)^{67}$ का इकाई अंक

1st घात में 1 कम करेंगे - 66

11- 1 कम करके 4 का भाग देंगे $\frac{66}{4}$

III - 4 का भाग देकर शेष निकालेंगे - $\frac{66}{4} = 2$ शेष

IV - संख्या इकाई अंक देखेंगे - 2

V - अब 2 की बात (शेष +1) चढ़ाएंगे

VI - यही हमारा इकाई अंक है - $(2)^3 = 8$

महत्वपूर्ण सूत्र:-

A. लगातार n तक की प्राकृत संख्याओं का योग = $n(n+1) / 2$

B. लगातार n तक की प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग = $n(n+1)(2n+1) / 6$

C. लगातार n तक की प्राकृत संख्याओं के घनों का योग = $\{n(n+1)/2\}^2$

D. लगातार n सम संख्याओं का योग = $(n+1)$

E. लगातार n विषम संख्याओं का योग = n^2

questions

1. $\frac{1}{2}$ तथा $\frac{3}{5}$ के मध्य एक परिमेय संख्या है?

- (A) $\frac{2}{5}$
(B) $\frac{4}{7}$
(C) $\frac{2}{3}$
(D) $\frac{1}{3}$

हल - $\frac{4}{7}$ विकल्प से जिसका भागफल $\frac{1}{2}$ तथा $\frac{3}{5}$ के बीच हो

- दो संख्याओं का योग 40 है तथा उनका अन्तर 6 है तो बड़ी संख्या क्या होगी ?

बड़ी संख्या = योग-अन्तर / 2

$$= \frac{40 + 6}{2} = 23$$

छोटी संख्या = योग-अन्तर/2

$$, \frac{40 - 6}{2} = 17$$

- दो संख्याओं का योग 75 है और उनका अन्तर 25 है तो दोनों संख्याओं का गुणनफल ?

$$\frac{75+25}{2} = 50 \text{ बड़ी}$$

$$\frac{75-25}{2} = 25 \text{ छोटी}$$

$$=> 50 \times 25 = 1250$$

- दो संख्याओं का योग 8 तथा गुणनफल 15 है तो उनके व्युत्क्रमों का योग ?

चाहे योग पूछे या अन्तर, गुणनफल नीचे रखना है ।
=8/15 Ans.

- यदि किसी संख्या को 114 से भाग देने पर 21 शेष बचता है यदि उसी संख्या को 19 से भाग देने पर कितना शेष बचेगा ?
- यदि किसी संख्या को 25 से भाग दिया जाए तो 7 शेष बचता है यदि उसी संख्या को 5 से भाग दिया जाए तो शेष ?
- यदि किसी संख्या को 35 से भाग दिया जाए तो 4 शेष बचता है यदि उस संख्या के वर्ग को 5 से भाग दिया जा तो शेष ? $\frac{(4)^2}{5} = \frac{16}{5} = 1 \text{ शेष}$

इकाई अंक कैसे निकाले :-

किसी संख्या का इकाई अंक ज्ञात करने के लिए दी हुई संख्याओं के इकाई अंकों की गुणा करते हैं ।

उदाहरण :- 128 × 287 × 542 × 54 में इकाई अंक क्रमशः 8, 7, 2, 4 हैं जिनका गुणा करने पर हमें 448 प्राप्त होता है जिसके इकाई का अंक 8 है । अतः 128 × 287 × 542 × 54 का गुणा करने पर गुणनफल में इकाई का अंक 8 होगा ।

Note :- ऐसे प्रश्नों को सरल तरीके से करने के लिए पहले कोई दो संख्याओं के इकाई अंकों की गुणा करते हैं और प्राप्त गुणनफल में इकाई अंक को अगली संख्या के इकाई के अंक से गुणा करते हैं । और यही प्रक्रिया दोहराते हैं ।

जैसे :- 128 × 287 × 542 × 54 में इकाई अंक क्या है ?

= 8 × 7 × 2 × 4 (128 × 287 × 542 × 54 में इकाई अंक लेने पर)

= 56 × 2 × 4 (प्रथम दो का गुणा करने पर)

= 6 × 2 × 4 (56 में इकाई का अंक लेने पर)

= 12 × 4 (प्रथम दो का गुणा करने पर)

= 2 × 4 (12 में इकाई का अंक लेने पर)

= 8 (यही 128 × 287 × 542 × 54 में इकाई का अंक है)

घातांक वाली संख्याओं में इकाई अंक ज्ञात करना-

जिस संख्या का इकाई अंक 0,1,5,6 हो उसका इकाई अंक सेम यही रहेगा ।

(c) 4

(d) 6

Ans (a)

$$\begin{array}{r}
 634^{262} + 634^{263} \\
 \downarrow \quad \quad \downarrow \\
 6 \quad + \quad 4 = 0
 \end{array}$$

संख्या श्रृंखला:-

संख्या श्रृंखला, संख्याओं से संबंधित होती है। इसमें चार या चार से अधिक संख्याओं की एक series होती है।

जो एक विशेष नियमानुसार होती है हमें उस श्रृंखला के प्रश्नों के नियमों का पता लगाकर ही अगली संख्या ज्ञात करनी होती है।

महत्वपूर्ण नियम :-

नियम 1 → अंतर का नियम - इस नियम के अनुसार दिए गए प्रश्न में पहली और दूसरी संख्या का अंतर, दूसरी और तीसरी संख्या का अंतर और आगे भी यही क्रम जारी रखते हुए अंतर की श्रृंखला का समूह ज्ञात करके उसी आधार पर अगली संख्या प्राप्त की जाती है।

इस नियम के उदाहरण निम्नलिखित हैं-

(i) योग का नियम :-

Q. 5, 9, 14, 20, 27, ?

- (A) 32 (B) 34
(C) 35 (D) 37

ans(c) : 35

हल- $5+4=9+5=14+6=20+7=27+8=35$

दी गई श्रृंखला/श्रेणी क्रमशः बाएँ से दाएँ 4, 5, 6, 7, के अन्तर से बढ़ रही है।

(ii) घटाव का नियम :-

Q. 16, 14, 11, 7, ?

- (A) 5 (B) 3
(C) 2 (D) 1

ans(c) : 2

हल- $16-2=14-3=11-4=7-5=2$

→ दी गई श्रृंखला में क्रमशः बाएँ से दाएँ 2, 3, 4,के उत्तर से घट रही है।

(iii) गुणा का नियम

Q. 2, 6, 18, 54 ?

- (A) 162 (B) 150
(C) 170 (D) 184

ans(a) : 162

हल- $2 \times 3 = 6 \times 3 = 18 \times 3 = 54 \times 3 = 162$

अर्थात दी गई श्रृंखला के प्रत्येक पद को 3 से गुणा करके अगला पद प्राप्त किया जाता है।

(iv) भाग का नियम :-

Q. 240, 120, 60, 30, ?

- (A) 10 (B) 15
(C) 20 (D) 5

ans(b) : 15

हल- $240 \div 2 = 120 \div 2 = 60 \div 2 = 30 \div 2 = 15$

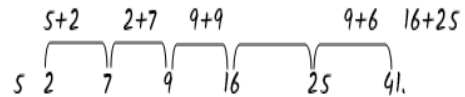
नियम 2 → पूर्व पदों के योग का नियम :- इस नियम के अनुसार पिछली दो संख्याओं का योग करके अगला पद निकाला जाता है।

उदा. 5, 2, 7, 9, 16, 25, ?

- (A) 41 (B) 52
(C) 48 (D) 45

ans(a) : 41

हल- प्रत्येक तीसरा पद - पिछले दो अंको का योग है।



$5+2=7$
 $2+7=9$
 $7+9=16$
 $9+16=25$
 $16+25=41$

नियम 4 → मिश्रित श्रृंखला का नियम :- इस नियम के प्रश्नों की विशेष पहचान-

अध्याय - 8

लाभ और हानि(Profit and Loss)

(1) **क्रय मूल्य (cp)** :- जिस मूल्य पर कोई वस्तु खरीदी जाती है वह उस वस्तु का क्रय मूल्य कहलाता है।

$$\text{क्रय मूल्य} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{लाभ}$$

Note - $SP > CP = \text{लाभ}$

(2) **विक्रय मूल्य (sp)** :- जिस मूल्य पर कोई वस्तु बेची जाती है उसे उस वस्तु का विक्रय मूल्य कहते हैं।

$$\text{विक्रय मूल्य} = \text{क्रय मूल्य} + \text{लाभ}$$

Note - $SP < CP = \text{हानि}$

$$SP = \text{विक्रय मूल्य} \quad P = \text{लाभ}$$

$$\text{Mark Price (m.p)} = \text{अंकित मूल्य}$$

$$CP = \text{क्रय मूल्य} \quad \text{Loss (L)} = \text{हानि}$$

$$\text{Discount(D)} = \text{बढ़ा/छुट}$$

$$P = SP - CP, \quad P\% = \frac{P}{CP} \times 100$$

$$\text{Loss} = CP - SP, \quad L\% = \frac{L}{CP} \times 100$$

$$SP = CP \times \frac{100 \pm \text{लाभ/हानि}}{100}$$

$$CP = sp \times \frac{100}{100 \pm \text{लाभ/हानि}}$$

$$\text{Discount} = \text{अंकित मूल्य(MP)} - \text{विक्रय मूल्य(SP)}$$

$$D\% = \frac{D}{MP \times 100} \quad ISP = \frac{MP \times (100 - D)}{6100}$$

$$MP = \frac{SP \times 100}{(100 - D)}$$

$$\frac{CP \times (100 + P)}{100} = \frac{MP \times (100 - P)}{100} = \frac{CP}{MP} = \frac{100 - P}{100 + P}$$

CP

MP

100 - D

100 + D

Type-1 = साधारण प्रश्न :-

(1) एक पुस्तक का क्रय मूल्य 110 Rs तथा विक्रय मूल्य 123.20 Rs है इसे बेचने पर पुस्तक विक्रेता को कितने % लाभ होगा ?

$$\begin{aligned} \text{लाभ (P)} &= SP - CP \\ &= 123.20 - 110 \\ &= 13.20 \end{aligned}$$

$$= \frac{13.20}{110} \times 100 = 12 \% \text{ ans.}$$

(2) एक साइकिल को 1960 Rs में खरीदकर Rs 1862 में बँचे जाने पर कितने % हानि होगी ?

$$\begin{aligned} \text{हानि (loss)} &= CP - SP \\ &= 1960 - 1862 = 98 \end{aligned}$$

$$L\% = \frac{L}{CP} \times 100$$

$$= \frac{98}{1960} \times 100$$

$$= 5 \% \text{ ans.}$$

(3) एक कुर्सी को 873 Rs में बेचने पर विक्रेता को 10% हानि होती है। कुर्सी का क्रय - मूल्य है ?

$$10\% = 1/10L \quad SP = CP - L$$

$$10 \quad \quad \quad 1 = 10 - 1$$

$$970 \text{ Rs} \quad \quad \quad 9 = 873, \quad 1 = 97$$

$$10 = 97 \times 10 \quad \quad \quad CP = 970 \text{ Rs}$$

Type - 2 - जब कोई वस्तु दो बार बेची जाये

(1) एक घड़ी को 2880 Rs में बेचने पर विक्रेता को 10% हानि होती है वह इसे कितने में बेचे कि उसे 5% लाभ हो ?

दूसरी बार का विक्रय मूल्य = पहली बार का विक्रय मूल्य $\times (100 + \text{दूसरा\%}) / (100 + \text{पहला\%})$

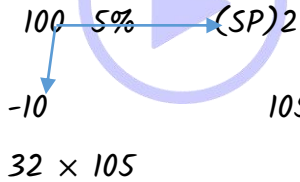
$$\begin{aligned}
 &= 2880 \times (100+5)/100-10 \\
 &= 2880 \times 105/90 \\
 &= 32 \times 105
 \end{aligned}$$

दूसरी बार का विक्रय मू. = 3360 Rs

2 Method

माना CP = 100

90 = 2880



$1 = 32$

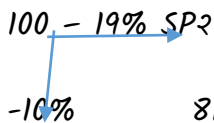
$105 =$

32×105

$90 = 3360 \text{ RS } (SP)1$

(2) एक दुकानदार ने एक साईकिल 10% हानि पर बेची. वह साईकिल को कितने RS में बेचता कि उसे 19% की हानि होती हो ? यदि 10% हानि पर विक्रय मूल्य Rs 1200 हो.

CP = 100



$90 = 1200$

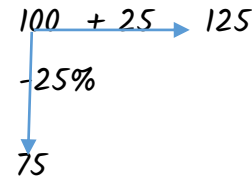
$81 = 1200 \times 81/90$

SPI = 90

SP2 = 1080

(3) एक कुर्सी को Rs 720 में बेचने पर दुकानदार को 25% हानि होती है. वह कुर्सी को कितने Rs में बेचे कि उसे इस पर 25% लाभ हो ?

CP = 100 (माना)



$75 = 720 \text{ Rs}$

$125 = \frac{720}{75} \times 125$

$= 1200 \text{ Rs}$

(4) एक Rs में 9 वस्तुएँ लेकर, एक व्यक्ति को 4-x हानि हुई तदनुसार 44% लाभ अर्जित करने के लिये उस व्यक्ति को 1 Rs में कितनी वस्तुएँ बेचनी चाहिए ?

Let CP = 100

$100 + 44\% \rightarrow 144$

$-4x$

96

$96 = 1$

$1 \text{ Rs } 144 = 1/96 \times 144$

9 वस्तुओं का SP = 3/2 Rs

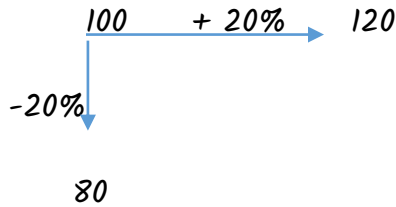
$3/2 = 9 \text{ वस्तुएँ}$

$$1 \text{ Rs} = 9 \times \frac{2}{3} \text{S}$$

$$= 6 \text{ वस्तुएँ}$$

- (5) 20 वस्तुओं को Rs 160 में बेचने पर एक व्यक्ति को 20% हानि हो जाती है तदनुसार 20% लाभ कमाने के लिये उस व्यक्ति को 240 Rs में कितनी वस्तुएँ बेचनी चाहिए

$$\text{Let CP} = 100$$



$$80 = 160$$

$$1 = 2$$

$$120 = 120 \times 2$$

$$20 \text{ वस्तुओं का SP} = 240 \text{ Rs}$$

240Rs में 20 वस्तुएँ बेची जाये.

Type - 3 जब एक वस्तु कई बार खरीदी या बेची जाये -

- (1) राम ने एक साईकिल Rs 1000 में खरीदी और 20% का लाभ लेकर उसे श्याम को बँच दिया. श्याम ने 10% का घाटे में उसे मोहन को बँच दिया. बताइए मोहन ने साईकिल कितने Rs में खरीदी ?

$$20\% = \pm \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

$$10\% = \frac{-1}{10} = \frac{9}{10}$$

माना मोहन ने x Rs में खरीदी

$$1000 \times 6/5 \times 9/10 = x$$

$$x = 1080 \text{ Rs}$$

2. A ने कोई वस्तु B को 25% लाभ पर, B ने वह वस्तु C को 20% लाभ पर तथा C ने D को 10% लाभ पर बेची ! यदि D ने इसे Rs 330 Rs में खरीदी हो, तो A ने उसे कितने में खरीदा ?

$$25\% = 5/4 \text{ छुट}$$

$$20\% = \frac{6}{5}$$

$$10\% = 11/10$$

$$A \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \frac{11}{10} = 330$$

$$A \times \frac{33}{20} = 330$$

$$A = 200 \text{ Rs}$$

3. A ने एक वस्तु 10% लाभ पर B को 10% हानि पर C को तथा C ने 20% लाभ पर D को बेचा ! यदि D सामान को Rs 8000 में खरीदा हो तो बताओ A ने उसे कितने में खरीदा था ?

$$10\% = \pm \frac{1}{10} + 1 = \frac{11}{10}$$

$$10\% = -1/10 - 1 = \frac{9}{10}$$

$$20\% = +1/5 + 1 = \frac{6}{5}$$

$$A \times \frac{11}{10} \times \frac{9}{10} \times \frac{6}{5} = 8000$$

$$A = 6734 \text{ Rs}$$

4. A ने एक वस्तु खरीदी B को 25% लाभ पर बेची ! फिर B ने उसे 10% हानि पर बेचा इसके लिये C ने Rs 675 का भुगतान किया तदनुसार, A ने उसे कितना Rs में खरीदा था ?

$$A \times 5/4 \times 9/10 = 675$$

$$A \times 45 = 675 \times 40$$

A = 600 Rs ans.

Type - 4 जब दो वस्तुएँ समान मूल्य पर बेची जाये

(1) एक दुकानदार दो T.V. सैट को एक ही मूल्य पर बेचता है एक पर उसे 20% का लाभ होता है और दूसरे पर 20% की हानि होती है तो उसे दोनों पर कुल मिलाकर कितने % का लाभ / हानि होती है ?

$$(x + y + xy/100)$$

$$+20\% - 20\% - 20 \times \frac{20}{100}$$

$$= -4\% \text{ या } 4\% \text{ की हानि ans.}$$

Note :- जब दो वस्तुएँ समान मूल्य पर बेची जाये तथा एक पर x % लाभ तथा x% हानि हो तो (-x/100) की हानि होगी

(2) एक व्यापारी किसी वस्तु को उसकी लागत में 10% वृद्धि करके बेचता है इसके बाद वह इसके मूल्य में 10% कमी कर देता है उक्त व्यापार में व्यापारी को प्राप्त होता है ।

$$10 - 10 - \frac{10 \times 10}{100}$$

$$0 - \frac{100}{100} = -1\%$$

$$= 1\% \text{ हानि}$$

(3) एक दुकानदार दो वस्तुएँ समान मूल्य पर बेचता है एक वस्तु पर 3% लाभ तथा दूसरी पर 3% हानि होती है उसे कुल सौदे पर कितने % लाभ या हानि हुई ?

$$\frac{3 \times 3}{100} = 0.09\% \text{ की हानि}$$

Type- 5 जब कुछ वस्तुओं का क्रय मूल्य कुछ अन्य वस्तुओं के क्रय मूल्य के बराबर हो

(1) एक दुकानदार ने जितने रुपये में 20 वस्तुएँ खरीदी, उतने ही रुपये में 15 कलमें बेची दुकानदार को कितने % लाभ/ हानि हुई ?

$$\% \text{लाभ/हानि} =$$

$$\frac{\text{क्रय वस्तुओं की संख्या} - \text{विक्रय वस्तुओं की संख्या}}{\text{विक्रय वस्तुओं की संख्या}} \times 100$$

$$= \frac{20 - 15}{15} \times 100$$

$$= \frac{5}{15} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$$

2 method

$$20 \times Cp = 15 \times SP$$

$$Cp/SP = \frac{3}{4}$$

Cp	SP
----	----

3	4
---	---

$$P = SP - CP = 4 - 3 = 1$$

$$P\% = \frac{P}{CP} \times 100$$

$$P\% = 1/3 \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$$

Note :- यदि प्रश्न में वस्तुओं की संख्या 1 मात्रा दी गयी हो तो लाभ/हानि प्रतिशत विक्रय मूल्य पर निकाला जायेगा !

10. किसी राशि पर ब्याज रुपये 22 है और उस राशि पर उसी समय और उसी दर पर छुट 20 रुपये है तो राशि ज्ञात कीजिये ?

$$\text{हल} \rightarrow \text{हम जानते हैं} = \frac{\text{ब्याज} \times \text{छुट}}{\text{अन्तर}}$$

$$= \frac{22 \times 20}{2} = 220$$

11. 8000 रु. को चक्रवृद्धि ब्याज की दर से निवेशित करने पर 3 वर्ष पश्चात 1261 रुपये ब्याज के रूप में प्राप्त होते हैं ब्याज की वार्षिक दर है ?

$$\text{हल} \rightarrow 8000 \times \left(\frac{100+r}{100}\right)^3 = 9261$$

$$= \frac{100+r}{100} = \frac{21}{20}$$

$$r = 5\%$$

12. 10,000 रुपये का 4% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर पर यदि ब्याज हर छः महीने बाद जोड़ा जाये तो 2 वर्षों बाद कितना ब्याज होगा ?

$$\text{हल} \rightarrow 10,000 \times \left(\frac{102}{100}\right)^4 - 10,000$$

$$= 824.3216 \text{ Ans}$$

अध्याय - 12

औसत (AVERAGE)

$$\text{औसत} = \frac{\text{राशियों का योग}}{\text{राशियों की संख्या}}$$

औसत के Topic में तीन प्रमुख शब्द हैं , योग , औसत, राशियों का अध्ययन किया जाता है !

I. योग बड़ी होती है जो गुणा करने से प्राप्त होती है !

II. औसत व राशियाँ भाग देने से प्राप्त होती है !

$$\frac{1.332}{5} = 0.2664 \uparrow$$

⇒ 5 का भाग देने का तरीका :-

किसी संख्या में 5 का भाग देने के लिए इकाई के अंक के बाद (.) दशमलव लगा कर दुगुना करना चाहिए !

भाजकता के नियम के आधार पर :-

- अभाज्य संख्या- 2 , 3 , 5 , 7 , 11 , 13 ,-----

- भाज्य संख्या- 4 , 6 , 8 , 9 , 10 , 12 -----

- मूल संख्या - 1 इसका भाग सभी पूर्ण संख्या में चला जाता है !

Q.1 2 प्रथम पाँच अभाज्य संख्याओं का औसत कितना होता है !

भाजकता के नियम के आधार पर :-

- अभाज्य संख्या- 2 , 3 , 5 , 7 , 11 , 13

- भाज्य संख्या - 4 , 6 , 8 , 9 , 10 , 12 -

- मूल संख्या - 1 इसका भाग सभी पूर्ण संख्या में चला जाता है !

$$\frac{2+3+5+7+11}{5} = \frac{28}{5} = 5.6$$

Note:- 1 से 100 तक अभाज्य संख्या = 25

सबसे छोटी सम अभाज्य संख्या = 2

⇒ औसत ज्ञात करने के लिए दिए गए आँकड़ों को दो वर्गों में बाँट सकते हैं !

1. अव्यवस्थित संख्याओं का औसत :- जैसे क्रमागत अभाज्य संख्या का औसत ज्ञात करने के लिए राशियों को जोड़कर, राशियों की संख्या का भाग देना पड़ेगा !

11. व्यवस्थित संख्याओं के लिए औसत :- यदि औसत के लिए दिए गए संख्याओं में अन्तर समान हो तो अर्थात् समान्तर श्रेणी की संख्याएँ हो तो उनका औसत ज्ञात करने के दो अन्य तरीके -

a) दी गई संख्याओं के लिए औसत उनके संख्या विस्तार के बीच में पाया जायेगा अर्थात् मध्य वाली संख्या औसत होगी ! क्योंकि औसत का एक दूसरा नाम मध्यमान होता है ! - माध्य, समान्तर माध्य

b) यदि दी गई संख्याओं की श्रेणी लम्बी हो तो उसमें से बीच वाली संख्या मालूम करना कठिन होगा इसलिए औसत = $\frac{\text{प्रथम} + \text{अन्तिम संख्या}}{2}$ से भी ज्ञात कर सकते हैं !

Q.2 50 और 100 के बीच आने वाली सभी 7 से भाजित संख्या का औसत

56 63 70 77 84 91 98

$$\text{औसत} = 77 \quad \frac{56+98}{2} = \frac{154}{2} = 77$$

Q.3 3 9 15 21 27

$$\text{औसत} = 15 \quad \frac{3+27}{2} = 15$$

Q.4 7 के प्रथम चार गुणकों का औसत ज्ञात कीजिए

7 के प्रथम चार गुणक = 7, 14, 21, 28

$$\frac{70}{4} = 17.5 \quad \text{या} \quad \frac{35}{2} = 17.5$$

Note :- 1 से n तक वर्ग संख्याओं का योग सूत्र

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Note :- 1 से n तक संख्या का योग

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$

Q.5 1 से 50 तक अभाज्य संख्या = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 = 15 होती है !

यदि अलग - अलग समूहों की औसत दी गई हो तो उसका एक साथ औसत ज्ञात करने का तरीका -

$$\text{सूत्र} = \frac{\text{एकीकृत योग}}{\text{कुल राशियाँ}}$$

Q.6 यदि 55, 60 और 45 विद्यार्थियों के तीन समूहों के औसत अंक क्रमशः 50, 55 और 60 हैं, तो सभी विद्यार्थियों को मिलाकर औसत अंक लगभग हैं -

(a) 54.68 (c) 55

(b) 53.33 (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

$$\text{Ans} \quad \frac{60 \times 55 + 55 \times 50 + 45 \times 60}{160} = 54.68$$

Q.7 x संख्याओं का औसत y है और y संख्याओं का औसत x है तदनुसार सभी संख्याओं का कुल औसत कितना होगा ?

$$\text{Ans} \quad \frac{xy + xy}{x+y} = \frac{2xy}{x+y}$$

दोनों मिलकर काम का $\frac{2}{3}$ भाग कितने दिन में करें

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \times 24 = 16 \text{ दिन में}$$

Most :- किसी काम को कार्यकर्ताओं द्वारा एकान्तर रूप में करते हुए पूरा करना :-

Q.15 किसी काम को ABC 10 , 12 , 15 दिन में करते हैं ! ज्ञात करें !

i. तीनों एकान्तर रूप में काम करे और A उसकी शुरुआत करे तो काम कितने दिन में पूरा होगा !

$$\text{Let} = 60 \text{ (LCM)}$$

$$A = 6$$

$$B = 5$$

$$C = 4$$

$$ABC \rightarrow 3 \text{ दिन} = 15 \text{ काम}$$

$$ABC \quad 3 \text{ दिन} = 15$$

$$ABC \quad 3 \text{ दिन} = 15$$

$$ABC \quad 3 \text{ दिन} = 15$$

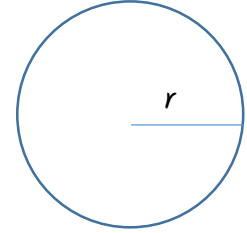
$$\underline{12 \text{ दिन}} \quad \underline{60 \text{ काम}}$$

अध्याय - 15

क्षेत्रमिति

द्विविमीय (2D)

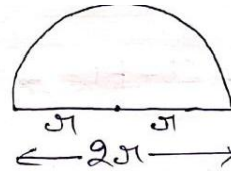
- परिमाप = सभी बाहरी सीमाओं की लम्बाई का योग , परिमाप होता है
- क्षेत्रफल = बाहरी सीमा द्वारा घेरा गया क्षेत्र, क्षेत्रफल होता है !
- **वृत्त (Circle) :-**
- परिधि = $2\pi r$
- क्षेत्रफल = πr^2



अर्धवृत्त (Semi Circle) :-

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \pi r^2$$

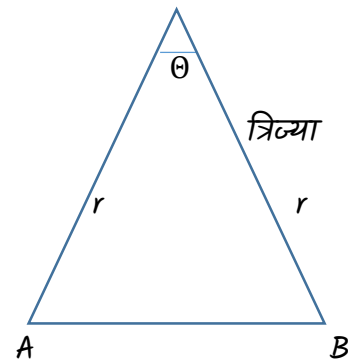
$$\text{परिमाप} = \pi r + 2r = r(\pi + 2)$$



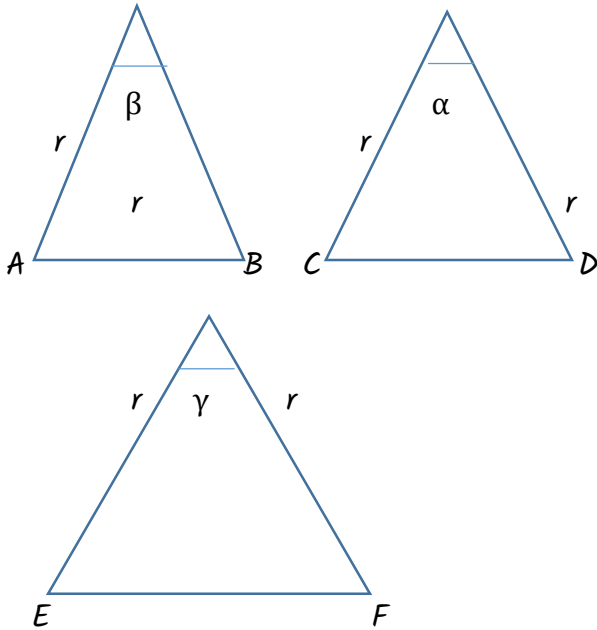
त्रिज्यखंड (Sector)

$$\text{चाप AB} = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$



चाप के महत्वपूर्ण परिणाम :-



यदि $\alpha + \beta + \gamma = 120^\circ$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{3} \pi r^2$$

तीनों चापों की लम्बाई -

$$AB + CD + EF = \frac{1}{3} \times 2\pi r$$

समान त्रिज्या के तीन त्रिज्यखंड हैं -

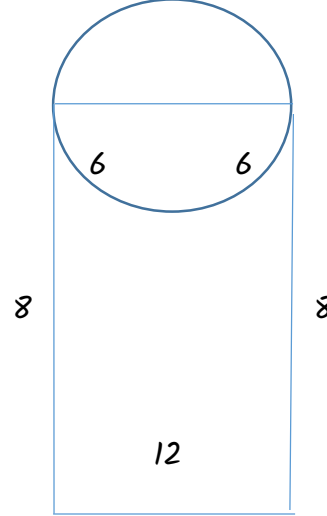
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \pi r^2$$

$$\begin{aligned} \text{चापों की लम्बाई} &= \frac{1}{2} \times 2\pi r \\ &= \pi r \end{aligned}$$

निम्न चित्र का परिमाण ज्ञात करें -

$$\begin{aligned} 6\pi + 8 + 12 + 8 &= \\ &= (6\pi + 28) \end{aligned}$$

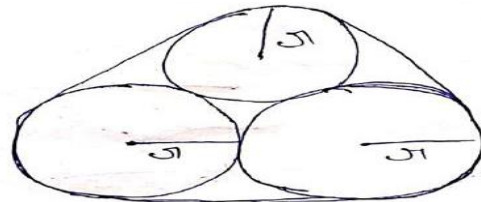


रस्सी की लम्बाई

माना d पुली का व्यास है और r त्रिज्या है ! सभी पुली समान हैं !

$$d = 2r$$

$$\text{रस्सी की लम्बाई} = 2d + 2\pi r$$



$$\text{रस्सी की लम्बाई} = 3d + 2\pi r$$

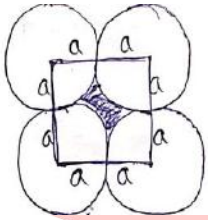
प्रश्न- 1 10 सेमी व्यास वाले 3 वृत्त एक दूसरे को स्पर्श करते हैं तथा उन्हें एक रबर द्वारा बांधा जाता है ! रबर की लम्बाई ज्ञात कीजिए रबर की लम्बाई = $3d + 2\pi r$

$$= 3 \times 10 + 2 \times 5 \times \pi$$

(3) चार वृत्त जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या a यूनिट है ! एक - दूसरे को स्पर्श करते हैं ! उनके द्वारा घेरा गया क्षेत्रफल ज्ञात करो !

$$\begin{aligned}
 &= (2a)^2 - (\pi a^2) \\
 &= 4a^2 - \pi a^2 \\
 &= 4a^2 - \frac{22a^2}{7} \\
 &= \frac{28a^2 - 22a^2}{7}
 \end{aligned}$$

सूत्र = $r^2(4 - \pi)$



क्षे. = $\frac{6a^2}{7}$ यूनिट²

(4) 21 cm भुजा वाले एक वर्ग अंदर खींचे जा सकने वाले बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल है ?

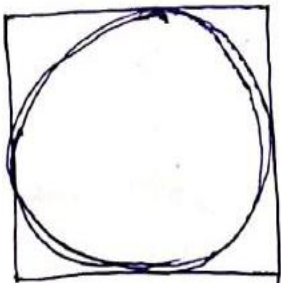
$2r = 21 \text{ cm}$

$R = \frac{21}{2} \text{ cm}$

वृत्त का क्षे. = πr^2

= $\frac{21}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$

= $\frac{693}{2}$ सेमी.²



(5) 120 cm परिमाप वाले वर्ग में बने बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करे ?

वर्ग का परिमाप = $4a$ $2r = 30$

$4a = 120$

त्रिज्या (r) = 15cm

$a = 30 \text{ cm}$

वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2

= $\frac{22}{7} \times (15)^2 \text{ cm}^2$

Note :- वृत्त के व्यास की लम्बाई वर्ग की भुजा के बराबर है !

(6) 148 सेमी लम्बे तथा 14 सेमी चौड़े आयत में खींचे गए बड़े से बड़े वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करे

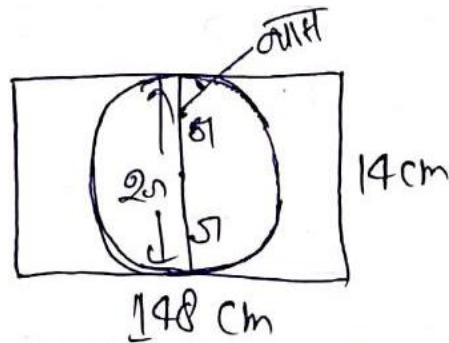
$2r = 14 \text{ cm}$

$r = 7 \text{ cm}$

वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2

= $\frac{22}{7} \times 7^2$

= 154 cm²



(7) a cm त्रिज्या वाले तीन वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप से स्पर्श करते हैं ! छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करे ।

\triangle की भुजा = $2a$

समबाहु \triangle का क्षे. = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4a^2$

= $\sqrt{3} a^2$

अध्याय - 17

बीजगणित

Basic Algebra

बीजगणितीय समीकरणों को हल करने और अज्ञात चर के मान ज्ञात करने के लिए बीजगणित में प्रयुक्त सामान्य सूत्र :-

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a - b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$$

$$(a - b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

मूल बीजगणित उदाहरण

Q.1: $y + 15 = 30$, y का पता लगाएं

हल: $y = 30 - 15$

$y = 15$

Q.2: x , जब $9x = 63$

हल: $x = 63/9$

$x = 7$

Q.3: यदि $x / 7 = 21$ है, तो x ज्ञात कीजिए।

हल: $x / 7 = 21$ को देखते हुए

या $x = 21 \times 7$

$x = 147$

Series based questions

(1) $\frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} = ?$

$$= \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10} + \frac{1}{10 \times 11}$$

$$= \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11}$$

$$= \frac{1}{5} - \frac{1}{11}$$

Note :- जब हमें x का उल्टा लिखना हो तो हम उसका चिन्ह बदलते हैं !

$$x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

(17) यदि $x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$, $\frac{1}{x} = ?$

$$\frac{x}{1} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{1}$$

परिमेय करने पर

$$\frac{1}{x} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{1 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

(18) $\sqrt{13 + 4\sqrt{3}}$ का मान बताओ !

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2 \times a \times b$$

$$\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 1^2 + 2 \times 2\sqrt{3} \times 1}$$

$$\sqrt{(2\sqrt{3} + 1)^2} = 2\sqrt{3} + 1 \text{ ans.}$$

(19) $9 - 4\sqrt{3}$ का वर्गमूल बताओ !

$$\sqrt{9 - 4\sqrt{3}}$$

$$(2\sqrt{2})^2 + (1)^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{2}$$

$$a^2 + b^2 - 2 \times a \times b$$

$$\sqrt{(2\sqrt{2} - 1)^2}$$

$$= 2\sqrt{2} - 1$$

(20) $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$

$$(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{3} \text{ ans.}$$

$$a^2 + b^2 + 2 \times a \times b = (a + b)^2$$

$$8 + 2\sqrt{15}$$

$$\sqrt{5}^2 + \sqrt{3}^2 + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} = (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$$

Q.2 $x + \frac{1}{x} = 5$

तो $x^3 + \frac{1}{x^3} = 5^3 - 5 \times 3 = 110$

त्रिकोणमिति और बीजगणित में घात तिगुनी करने का अर्थ होता है घन करना :-

घन करना हो तो घन ही करो साथ में \pm तिगुना लिखो और चिन्ह उल्टा लगावों !

त्रिकोणमिति और बीजगणित में व्युत्क्रम संख्याओं का घनमूल ज्ञात करने का काम चलाओ तरीका :-

(1) + वाला घनमूल :- तुरन्त बड़ी संख्या का घनमूल

(2) - वाला घनमूल :- तुरन्त छोटी संख्या वाला का घनमूल

$x + \frac{1}{x} = 3$ तो $x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$

होगा!

Q.3 जब $x^3 + \frac{1}{x^3} = 1$ तो $x + \frac{1}{x} = ?$

यह हमें 8 से just बड़ी घन वाली संख्या 27 का घनमूल करने पर प्राप्त होगा !

$\sqrt[3]{27} = 3$, इसमें + का चिन्ह है इसलिए 8 से बड़ी घन संख्या देखी !

Q.4 $x^3 - \frac{1}{x^3} = 140$

तो $x - \frac{1}{x} = ?$ यह हमें 140 से just छोटी घन वाली संख्या 125 के घनमूल से प्राप्त होगी $\sqrt[3]{125} = 5$

Q.5 $x + \frac{1}{x} = 4$

तो (1) $x - \frac{1}{x} = \sqrt{x^2 \pm 4}$
 $= \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12}$

(3) $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 4 + 2$
 $= \sqrt{6}$

(4) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$

(5) $x^2 - \frac{1}{x^2} = \sqrt{196 - 4}$
 $= \sqrt{192}$

(6) $x^3 + \frac{1}{x^3} = 64 - 12 = 52$

(7) $x^4 + \frac{1}{x^4} = 196 - 2 = 194$

(8) $x^5 + \frac{1}{x^5} = T_3 \times T_2 - T_1$
 $= 52 \times 14 - 4$
 $= 728 - 4 = 724$

(9) $x^6 + \frac{1}{x^6} = 2704 - 2 = 2702$

Q.9 $3x + \frac{1}{2x} = 6$

वर्ग

$9x^2 + \frac{1}{4x^2} = 36 - 2 \times \frac{3}{2} = 33$

Q.10 $5x + \frac{1}{2x} = 9$

$25x^2 + \frac{1}{4x^2} = 81 - 2 \times \frac{5}{2}$
 $= 81 - 5 = 76$

उल्टे का हिसाब :-

Q.12 $2x + \frac{1}{3x} = 4^6$

तो $27x^3 + \frac{1}{8x^3} = 216 - 3 \times 6 \times \frac{3}{2}$
 $= 216 - 27 = 189$

यदि $x + \frac{1}{x} = 2$ हो तो

$x^{163} + x^{156} + \frac{1}{x^{195}} + x^{179}$
 $= 1 + 1 + 1 + 1 = 4$

Note :-

$x + \frac{1}{x} = 2$ $x + \frac{1}{x} = -2$

$x = 1$ $x = -1$

यदि $x + \frac{1}{x}$ का मान 2 या -2 दिया गया हो तो x का मान एक परिमेय संख्या के रूप में प्राप्त होता है जो क्रमशः +1 या -1 होता है !

- **दाईं ओर** का अर्थ होता है, बाईं से दाईं ओर मतलब अक्षर A से Z की ओर जैसे :-

A B CX Y Z

Note: दाएँ = Right = R

बाएँ = Left = L

दाएँ से 8 = R₈

बाएँ से 12 = L₁₂

- यदि प्रश्न में दोनों शब्द बाएँ से बाएँ या दाएँ से दाएँ होगा तो उत्तर ज्ञात करने के लिए हमेशा घटाएंगे जैसे :

Ex1- अंग्रेजी वर्णमाला में बाएँ से 20 वें अक्षर के बाएँ 10 वाँ अक्षर कौन-सा होगा ?

बाएँ से - 20 वाँ

बाएँ से - 10 वाँ

बाएँ से - 20 - 10 = 10 वाँ

बाएँ से 10 वाँ अक्षर = j

Ex2- अंग्रेजी वर्णमाला में दाएँ से 20 वें अक्षर के दाएँ 10 वाँ अक्षर कौन-सा होगा ?

दाएँ से (20 - 10) वाँ अक्षर = दाएँ से 10 वाँ =
बाएँ से (27 - 10) = बाएँ से 17 वाँ = Q

- अगर आपको पता है की दाएँ से 17 वाँ Q होता है तो आप सीधे उत्तर Q दे सकते हैं लेकिन अगर आपको नहीं पता है तो आप विपरीत अक्षर निकालने के लिए 27 में से उस अक्षर की संख्या को घटा कर दाएँ से 17 वाँ अक्षर निकाल सकते हैं ।

Ex-3 वर्णमाला शृंखला में बाईं ओर से 15 वे अक्षर के दाये 8 वा अक्षर कौन-सा है ?

ans: समान दिशा की स्थिति अर्थात् दाये से दाये या बाये से बाये में ,हम संख्याओं को घटा देते हैं और विपरीत दिशा की स्थिति अर्थात् दाये से बाये या बाये से दाये में ,हम संख्याओं को जोड़ देते हैं । यहाँ दिशाएँ विपरीत हैं ,इसलिए हम बाईं ओर से (8 + 15) अक्षर ज्ञात करना होगा अर्थात् 23 वा अक्षर । और हम जानते हैं कि 'W' का स्थान 23 होता है ।

अत : उत्तर W है ।

- यदि प्रश्न में पहला शब्द दाएँ हो तो जोड़ने या घटाने के बाद प्राप्त उत्तर को हमेशा 27 से घटाएंगे ।

- यदि अंग्रेजी वर्णमाला को विपरीत क्रम में लिख दिया जाए तो नियम भी विपरीत हो जायेगा मतलब जो 27 में से घटाने वाली क्रिया प्रथम शब्द बाएँ आने पर की जाएगी

Ex- यदि वर्णमाला शृंखला को उलट दिया जाए ,तो बाईं ओर से 9 वे अक्षर के दाये 6 वा अक्षर कौन-सा है ?

ans: यहाँ दिशाएँ विपरीत हैं ,इसलिए ,यहाँ योग होगा अर्थात् दाईं ओर से(6+9)वा या बाईं ओर से 15 वा । अब हम जानते हैं कि बाये ओर से 15 वा अक्षर O है और इस शृंखला को उलट दिया गया है ,इसलिए हम दाईं ओर से 15 वा अक्षर ज्ञात करेंगे अर्थात् 27-15 =12 या अक्षर L

- यदि प्रश्न में दोनों शब्द बाएँ से दाएँ या दाएँ से बाएँ होंगे तो उत्तर ज्ञात करने के लिए हमेशा जोड़ेंगे जैसे :-

Ex-1 अंग्रेजी वर्णमाला में दाईं ओर से 15वें अक्षर के बाएँ ओर 5 वाँ अक्षर कौन-सा होगा?

दाएँ से = 15 वाँ

बाएँ से = 5 वाँ

दाएँ से = 15 + 5 = 20 वाँ

बाएँ से = 27 - 20 = 7 वाँ = G

Ex-2 अंग्रेजी वर्णमाला में बाएँ से 25वें अक्षर के बाएँ 22वें अक्षर के दाहिने 8वाँ अक्षर कौन-सा होगा ?

Solution: L₂₅ - L₂₂ + R₈

L₃ - R₈

L₁₁ = K Ans.

Ex-3 अंग्रेजी वर्णमाला में बाएँ से 16वें अक्षर के दाहिने आठवें अक्षर के बाएँ 22 वाँ अक्षर कौन-सा होगा?

L₁₆ + R₈ - L₂₂

L₂₄ - L₂₂ ⇒ L₂

⇒ L₂ = B Ans.

Note: -

यदि मान Positive (26+) में आये तो 26 घटाकर Answer करते हैं।

यदि Value negative में आये तो 26 जोड़कर Answer करते हैं।

Ex-4 अंग्रेजी वर्णमाला में बाएँ से 10 वें अक्षर के बाएँ 5 वें अक्षर के बाएँ 9 वाँ अक्षर कौन-सा होगा ?

Solu. $L_{10} - L_5 - L_9$

$L_5 - L_9$

$L_{(-4)} = L_{(26-4)} = L_{22} = V$ Ans.

Note:

Position from left end =

27- Position from Right end

Ex-अंग्रेजी वर्णमाला में दाहिने से 22 वें अक्षर के दाहिने 17 वें अक्षर के बाएँ 18 वाँ अक्षर कौन सा होगा ?

Solution $R_{22} - R_{17} - L_{18}$

$\Rightarrow R_5 - L_{18}$

$\Rightarrow R_{23}$ (27 घटा देते हैं)

$L_4 = D$ Ans.

Note: दाएँ = Right = R

बाएँ = Left = L

दाएँ से 8 = R_8

बाएँ से 12 = L_{12}

➤ अंग्रेजी वर्णमाला निम्नलिखित क्रम में हो सकती है।

(i) Usual (A-Z)

(ii) Reverse (Z-A)

(iii) 1st half Reverse (M-A, N-Z)

(iv) 2nd half Reverse (A-M, Z-N)

(v) Both half Reverse (M-A, Z-N)

(vi) Middle term

(vii) Mixed Series

(viii) Variable

विपरीत श्रृंखला (REVERSE ORDER)

Z Y X W V U T S R Q P O N M L K J I H
G F E D C B A

Ex-अंग्रेजी वर्णमाला में यदि सभी अक्षरों को उल्टे क्रम में लिख दिया जाए तो दाहिने से 11 वें अक्षर के बाएँ 7 वाँ अक्षर के दाहिने 16 वाँ अक्षर कौन-सा होगा ?

Solu. $R_{11} - L_7 - R_{16}$

$L_{11} - R_7 - L_{16}$ (Trick)

$\Rightarrow L_{18} - L_{16}$

$\Rightarrow L_2 = B$ Ans.

Note:

(1) Trick लगाने के बाद कभी गिना नहीं जाता है।

(2) Reverse order के problem में Right को Left व Left को Right बनाकर solve करते हैं।

Ex-अंग्रेजी वर्णमाला में यदि सभी अक्षरों को उल्टे क्रम में रख दिया जाये तो बाएँ से 23 वें अक्षर के बाएँ से 21 वें अक्षर के दाहिने 17 वाँ अक्षर कौन-सा होगा ?

Solu. $L_{23} - L_{21} - R_{17}$

$= R_{23} - R_{21} - L_{17}$

$= R_2 - L_{17}$

$= R_{19}$ (27 से घटाने पर)

$= L_8 = H$ Ans.

5.(c) MYN को छोड़कर अन्य सभी में एक स्वर है, जबकि MYN में एक भी स्वर नहीं है।

6.(d) विकल्प (d) को छोड़कर अन्य सभी में, दूसरा अक्षर, पहले अक्षर में 2 जोड़ने पर प्राप्त हो जाता है।

7.(d) विकल्प (d) को छोड़कर अन्य स्वर हैं।

8.(c) IJKL अक्षर-समूह को छोड़कर अन्य सभी अक्षर-समूहों में दो बड़े तथा दो छोटे अक्षर हैं।

9.(d) ITV को छोड़कर अन्य सभी अंतिम दो अक्षरों के बीच में तीन अक्षरों का अंतर है।

10.(c) PT को छोड़ कर अन्य सभी विपरीत अक्षर-समूह हैं।

अध्याय - 7

लुप्त संख्या

MISSING NUMBER

इस प्रकार के प्रश्नों में एक आकृति दी हुई होती है जिसमें कुछ अंक दिए हुए होते हैं। इन अंकों में एक अंक की जगह प्रश्न चिह्न दिया हुआ होता है तथा ये अंक एक विशेष क्रम में होते हैं। हमें इसी क्रम को पहचान कर छुपे हुए अंक को खोजना होता है।

Q.1 दिये गये विकल्पों में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।

8	15	22
29	?	43
50	57	64

- (A) 36
(B) 34
(C) 50
(D) 32

Ans : A

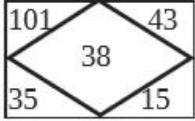
Q.2 दिये गये विकल्पों में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।

	18			11		6		12			
9	38	6	19	32	9	26	44	3	9	?	20
	17			11			15			8	

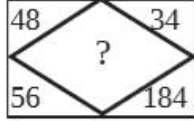
- (A) 7
(B) 40
(C) 36
(D) 9

Ans : D

Q.3 लुप्त संख्या ज्ञात कीजिये।



(A)



(B)

(A) 127

(B) 142

(C) 158

(D) 198

Ans : B

Q.4 निम्नलिखित प्रश्न में दिये गए विकल्पों में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।

49, 46, 43, 40, ?, 34

(A) 38

(B) 37

(C) 36

(D) 39

Ans : B

Q.5 उस वर्ण युग्म का चयन कीजिए, जिसे निम्नलिखित श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) से प्रतिस्थापित किया जा सकता है।

BA, DC, FE, HG, ? , LK

(A) IJ

(B) JI

(C) LM

(D) ML

Ans : B

Q.6 दिये गये विकल्पों में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।

72	44	68
91	?	86
43	66	37

(A) 33

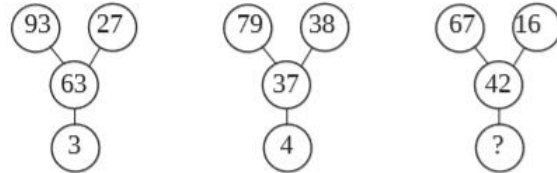
(B) 22

(C) 11

(D) 55

Ans : B

Q.7 लुप्त संख्या ज्ञात कीजिये।



(A) 5

(B) 6

(C) 8

(D) 9

Ans : D

Q.8 एक अनुक्रम दिया गया है, जिसमें से एक पद लुप्त है। दिये गए विकल्पों में से वह सही विकल्प चुनिए, जो अनुक्रम को पूरा करे।

COT, DQU, ESV, FUW, ?

(A) GWY

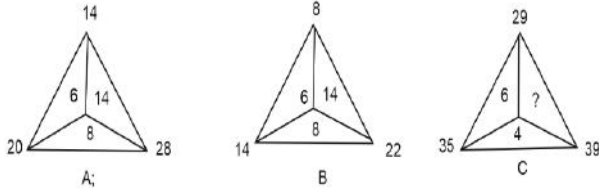
(B) GVX

(C) GWX

(D) GVY

Ans : C

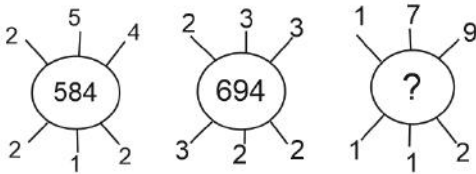
Q.9 दिए गए चित्र में लुप्त संख्या का पता लगाए।



- (A) 14
(B) 22
(C) 16
(D) 10

Ans : D

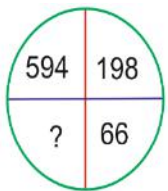
Q.10 दिए गए चित्र में लुप्त संख्या का पता लगाए।



- (A) 826
(B) 792
(C) 934
(D) 678

Ans : B

Q.11. दी गई आकृति के आधार पर विकल्पों में से लुप्त संख्या का पता लगाए।



- (A) 12
(B) 11
(C) 33
(D) 22

Ans . D

Q.12. दी गई आकृति के आधार पर विकल्पों में से लुप्त संख्या का पता लगाए।

18	24	32
12	14	16
3	?	4
72	112	128

- (A) 3
(B) 2
(C) 5
(D) 4

Ans . A

Q.13. दी गई आकृति के आधार पर विकल्पों में से लुप्त संख्या का पता लगाए।

1	2	3
4	5	6
7	8	9
27	38	?

- (A) 50
(B) 49
(C) 52
(D) 51

Ans . D

Q.14. दी गई आकृति के आधार पर विकल्पों में से लुप्त संख्या का पता लगाए।

F	I	O
A	J	K
E	M	?

- (A) R

अध्याय - 9

रक्त सम्बन्ध

Blood Relation

इस अध्याय के अंतर्गत परीक्षार्थी को दो या दो से अधिक व्यक्तियों के सम्बन्ध में विवरण दिया जाता है। हमें उस विवरण के आधार पर उन व्यक्तियों के मध्य सम्बन्ध ज्ञात करके पूछे गए व्यक्ति का सम्बन्ध ज्ञात करना होता है।

रक्त सम्बन्ध

रक्त सम्बन्धी प्रश्नों में निपुणता के लिये व्यक्तियों का आपस में जो सम्बन्ध है उसे किस नाम से जाना जाता है। इस तथ्य का ज्ञान होना आवश्यक है। अज्ञात सारणी में इसका विवरण दिया गया है।

हिन्दू संस्कृति के अनुसार रिश्ते

माता या पिता का पुत्र-भाई	माँ या पिता की पुत्री- बहिन
माँ का भाई-मामा	पिता का छोटा भाई- चाचा
पिता का बड़ा भाई- ताऊ	माँ की बहिन-माँसी
पिता की बहिन- बुआ	बुआ का पति- फूफा
माँ का पिता- नाना	पिता का पिता- दादा
पुत्र की पत्नी- पुत्रवधू	पुत्री का पति- दामाद
पत्नी की बहिन- साली	पति की बहिन-ननद
पत्नी का भाई- साला	पति का भाई- जेठ
	पति का छोटा भाई-देवर
भाई का पुत्र - भतीजा	भाई की पुत्री- भतीजी
पति का पिता- ससुर	पत्नी/पति की माता-सास
बहन का पति- बहनोई	
पुत्र का पुत्र-पोता या नाती	पोते की पत्नी- पतोह
पुत्री का पुत्र- नवासा	पोते का पुत्र- पड़पोता

1. जिस व्यक्ति के साथ का/ की/ के/ से शब्द आते हैं उस व्यक्ति को सबसे पहले लिखना चाहिए।
2. पुरुषों के लिए (+) का चिन्ह तथा महिला के लिए (-) का चिन्ह प्रयोग करना चाहिए।
3. रिश्ते के प्रश्नों में अधिकांश प्रथम व अंतिम व्यक्ति का सम्बन्ध ज्ञात करना चाहिए।

4. यदि पूछे गए प्रश्न में दोनों व्यक्तियों के साथ का तथा से शब्द आते हैं तो हमेशा उस व्यक्ति का सम्बन्ध ज्ञात करना होता है जिसके साथ का शब्द आया हो।

उदा.-राम का श्याम से क्या सम्बन्ध है?

हल:- इस वाक्य का अर्थ है कि राम, श्याम का क्या लगता है।

5. यदि पूछे गए प्रश्न में दोनों व्यक्तियों में से किसी एक व्यक्ति के साथ का अथवा से शब्द आता है तो हमेशा उस व्यक्ति का सम्बन्ध ज्ञात करना होता है जिसके साथ ये दोनों ही शब्द नहीं आये हो।

उदाहरण:- श्याम, राम से किस प्रकार सम्बंधित है?
अथवा

उदाहरण:- श्याम, राम का क्या लगता है?

हल:- दोनों वाक्यों का एक ही अर्थ है कि श्याम राम का क्या लगता है अर्थात् श्याम का सम्बन्ध राम से बताना है।

वंश के बारे में महत्वपूर्ण तथ्य

पीढ़ी	पुरुष	महिला
स्वयं से 2 पीढ़ी ऊपर	दादा, नाना दादा/नाना ससुर	दादी, नानी दादी/नानी सास
स्वयं से 1 पीढ़ी ऊपर	पिता, फूफा, माँसा, ससुर	चाचा, मामा, माँ, चाची, बुआ, मामी, माँसी, सास, मामी, माँसी, सास
स्वयं की पीढ़ी	भाई, चचेरा, फुफेरा/ममेरा/माँसेरा भाई, बहनोई/साली का पति, साला/ देवर, जेठ, नंदोई,	बहन, चचेरी/ फुफेरी/ ममेरी/माँसेरी बहन, भाभी/साला की पत्नी, पत्नी नन्द/जेठानी/ देवरानी
स्वयं से 1 पीढ़ी नीचे	पुत्र, भतीजा/भगिना, दामाद	पुत्री, भतीजी/भगिनी, पुत्रवधू

स्वयं से 2 पीढ़ी नीचे	पोती या नातिन की पति, पोता	पोता या नातिन का पत्नी, पोती
-----------------------	----------------------------	------------------------------

नोट:- इस वंश क्रम के आधार पर प्रश्न को हल करते समय अपने आपको मध्य में रखकर दो पीढ़ी ऊपर तथा दो पीढ़ी नीचे का ध्यान रखना चाहिए।

महत्वपूर्ण तथ्य

- इकलौता शब्द उस रिश्ते का केवल एक व्यक्ति होने का संकेत करता है।
 (अ) इकलौता पुत्र का अर्थ है पुत्र तो केवल एक है, पुत्री और भी हो सकती है।
 (ब) इकलौता पुत्री का अर्थ है पुत्री तो केवल एक है, पुत्र और भी हो सकते हैं।
 (स) इकलौती संतान का अर्थ है केवल एक ही संतान चाहिए वह पुत्र हो या पुत्री।
- रिश्ते सम्बन्धी प्रश्नों को हल करते समय अंग्रेजी अनुवाद को भी पढ़ लेना चाहिए, जिससे समान स्तर के रिश्तों के हिन्दी अनुवाद करने से होने वाली गलतियों से बचा जा सकता है। कई बार परीक्षक नाती या नातिन के स्थान पर पोता या पोती, मामा के स्थान पर चाचा तथा भांजी / भांजा के स्थान पर भतीजी/भतीजी भी दे देता है अतः इन शब्दों को ही सही माना जाए।
- पात्रों के प्रश्नानुसार लिंगों का निर्धारण कर लेना चाहिए, जिस पात्र के लिंग का निर्धारण नहीं हो सका हो उसके रिश्ते के बारे में स्पष्ट घोषणा नहीं की जा सकती है। इस प्रकार के प्रश्नों के पात्रों के क्रमशः रिश्ते दिए होते हैं तथा उनमें से किन्हीं दो रिश्तों के बारे में पूछा जाता है जिसे हम निम्न विधियों की सहायता से आसानी से ज्ञात कर सकते हैं।

प्रश्न को हल करने की विधियाँ

विधि : 1 : मुख्य पात्र स्वयं को मानकर

इस प्रकार के प्रश्नों में रिश्ते के किसी भी एक पात्र को जो मुख्य पात्र हो, स्वयं को मान लेना चाहिए जिस

प्रकार प्रश्न आधारित होता है और फिर बाकी पात्रों का रिश्ता अपने ऊपर लागू करके देख ले, इस प्रकार हल करने से प्रश्न आसानी एवं शीघ्रता से हल होता है।

विधि- 2: आरेख विधि द्वारा

इसमें पात्रों को तीर लगी रेखाओं से क्रमशः जोड़ते हैं तथा तीर के निशान पर उस पात्र का पूर्व के पात्र से रिश्ता लिखते हैं। आरेख पूरा बनाने के पश्चात् अभीष्ट पात्र क्रमशः दूसरे पात्रों से रिश्ता ज्ञात कर उत्तर को प्राप्ति की जाती है।

उदाहरण- अरुण रोहित का पिता है, रोहित माला का भाई है, माला दिलीप की पत्नी है, दिलीप का रोहित से क्या रिश्ता है

- | | |
|-----------|----------|
| (अ) जीजा | (ब) पिता |
| (स) पुत्र | (द) चाचा |

हल:- विधि- माना कि दिलीप आप स्वयं है, माला आपकी पत्नी हुई, माला का भाई रोहित आपका साला होगा अतः आप रोहित के जीजा लगेंगे।



आरेखानुसार स्पष्ट है कि दिलीप, रोहित से जीजा के रूप में सम्बन्धित है।

उदाहरण- एक व्यक्ति ने एक महिला से कहा तुम्हारी माँ के पति की बहिन मेरी माँ है? व्यक्ति का महिला से क्या सम्बन्ध है?

- | | |
|----------------|-----------|
| (अ) भाई | (ब) भतीजा |
| (स) फुफेरा भाई | (द) चाचा |

हल:- विधि- माना महिला आप स्वयं है, आपकी माँ का पति आपका पिता हुआ जिनकी बहिन आपकी बुआ होगी। आपकी बुआ उस व्यक्ति की माँ है अर्थात् व्यक्ति आपकी बुआ का लड़का आपका फुफेरा भाई होगा।

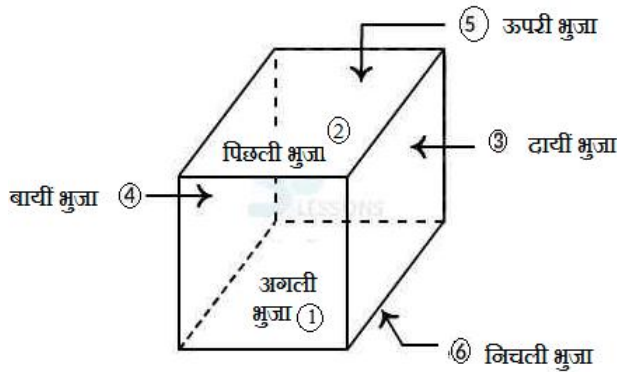
अध्याय - 13

घन एवं पासा

Cube and dice

घन (Cube):-

ऐसी आकृतियाँ जिनकी तीनों भुजाएँ आपस में समान हो घन (Cube) कहलाती हैं।



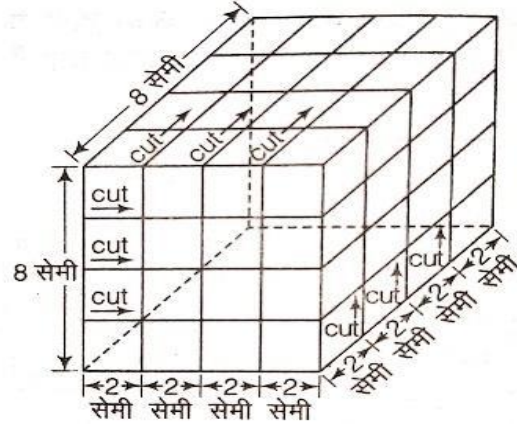
- किसी भी घन (Cube) में 6 सतह होती हैं।
- किसी भी घन (Cube) में 8 कोने होते हैं।
- किसी घन में एक कोने को बनाने के लिए 3 सतहों का होना आवश्यक होता है।
- किसी भी घन में बारह किनारे होते हैं।
- किसी भी घन में एक किनारे को बनाने के लिए 2 सतहों का होना आवश्यक होता है।
- किसी भी घन में प्रत्येक सतह के 4 पड़ोसी सतह होते हैं और एक सतह विपरीत सतह होती है।

Type-1 घन या घनाभ को काटना

जैसे लकड़ी और छड़ को जितने भागों में काटना हो, उससे एक बार कम काटते हैं अर्थात् किसी लकड़ी या छड़ को n बराबर भागों में काटना हो, तो उसे हम $(n - 1)$ बार काटते हैं।

लकड़ी या छड़ की तरह ही घन को भी काटा जा सकता है। यदि किसी 8 सेमी. भुजा वाले घन को 2 सेमी. भुजा वाले छोटे-छोटे घनों में काटना हो, तो प्रत्येक सतह के $n = \frac{8}{2} = 4$ खण्ड होंगे और चार

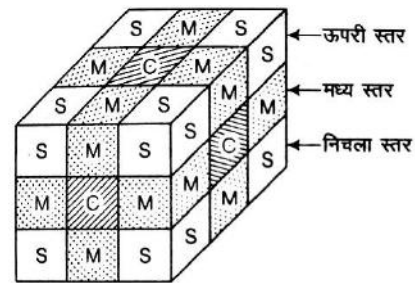
खण्डों में विभक्त करने के लिए घन को तीनों ओर से $n - 1 = 4 - 1 = 3$ बार काटना होगा तथा विभाजन के बाद $n^3 = (4)^3 = 64$ छोटे घन प्राप्त होंगे।



यदि किसी घन के बराबर आयतन वाले N छोटे घनों में इस प्रकार विभाजित हो जाए कि उसकी प्रत्येक भुजा अर्थात् प्रत्येक कोर n भागों में विभाजित हो जाए, तो विभाजन के बाद प्राप्त कुल छोटे घनों की संख्या, $N = n^3$ होगी।

$$\text{जहाँ, } n = \frac{\text{बड़े घन की एक भुजा}}{\text{छोटे घन की एक भुजा}}$$

घन या घनाभ को काटने के बाद उसकी पहचान :-
एक घन या घनाभ को छोटे-छोटे समान घनों या घनाभों में काटने के बाद उनके विभिन्न भागों पर स्थित घनों/घनाभों की पहचान निम्न रूप से की जाती है।



यहाँ,

- S = शीर्ष घन (Vertex cube) → ऐसे घन प्रत्येक शीर्ष अर्थात् कोने पर स्थित होते हैं। प्रत्येक घन के लिए इनकी संख्या सदैव 8 होती है, क्योंकि किसी भी घन में 8 कोने होते हैं।
- M = मध्य घन (Middle cube) → ऐसे घन प्रत्येक किनारे के ठीक मध्य में स्थित होते हैं।

- C = केन्द्रीय घन (Central cube) → ऐसे घन प्रत्येक फलक(सतह) के ठीक केंद्र पर स्थित होते हैं।
- N = अन्तः केन्द्रीय घन (Inner central cube) → ऐसे घन प्रत्येक सतह(फलक) के केन्द्रीय घन से अन्दर की ओर मध्य में स्थित होते हैं। यह बाहर से दिखाई नहीं देते हैं। इन्हें न्यूक्लियस क्यूब भी कहते हैं।

बड़े घन का छोटे घन में विभाजन करने के बाद प्राप्त कुल छोटे घनों की संख्या = $(n)^3$

$$\text{जहाँ, } n = \frac{\text{बड़े घन की एक भुजा}}{\text{छोटे घन की एक भुजा}}$$

- शीर्ष घनों की संख्या = 8
- मध्य घनों की संख्या = $12(n-2)$
- केन्द्रीय घनों की संख्या = $6(n-2)^2$
- अन्तः केन्द्रीय घनों की संख्या = $(n-2)^3$

उदाहरण 1. :- माना 10 सेमी. भुजा वाले किसी घन को 2 सेमी. भुजा वाले छोटे घनों में विभाजित किया जाए, तो कुल छोटे घनों, शीर्ष, मध्य, केन्द्रीय तथा अन्तः केन्द्रीय घनों की संख्या ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल} \rightarrow n = \frac{10}{2} = 5$$

$$\text{कुल छोटे घनों की संख्या} = (n)^3 = (5)^3 = 125$$

$$\text{शीर्ष घनों की संख्या} = 8$$

$$\text{मध्य घनों की संख्या} = 12(n-2) = 12(5-2) = 36$$

$$\text{केन्द्रीय घनों की संख्या} = 6(n-2)^2 = 6(5-2)^2 = 6 \times 9 = 54$$

$$\text{अन्तः केन्द्रीय घनों की संख्या} = (n-2)^3 = (5-2)^3 = (3)^3 = 27$$

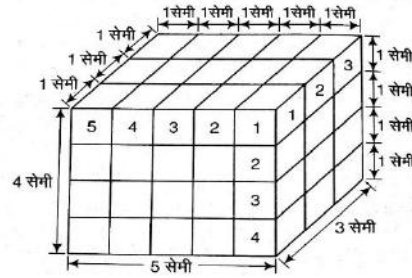
घनाभ को काटना :- किसी घनाभ को छोटे-छोटे एकसमान छोटे घन के रूप में काटा जाए, तो कुल छोटे घनों की संख्या →

$$= \frac{\text{बड़े घनाभ का आयतन}}{\text{छोटे घन का आयतन}}$$

$$= \frac{\text{घनाभ की लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}}{(\text{छोटे घन की एक भुजा})^3}$$

उदाहरण 2.:- यदि कोई घनाभ जिसकी लम्बाई 5 सेमी., चौड़ाई 3 सेमी. तथा ऊँचाई 4 सेमी. हो, तो 1 सेमी भुजा वाले छोटे घनों की संख्या क्या होगी ?

$$\begin{aligned} \text{हल} \rightarrow & \frac{\text{बड़े घनाभ का आयतन}}{\text{छोटे घन का आयतन}} \\ & = \frac{5 \times 3 \times 4}{1} = 60 \end{aligned}$$



यदि घनाभ की लम्बाई पर कटे खण्ड को Nl , चौड़ाई पर कटे खण्ड को Nb तथा ऊँचाई पर कटे खण्ड को Nh से प्रदर्शित किया जाए, तो कुल छोटे घनों की संख्या = $Nl \times Nb \times Nh$

उदाहरण 3. :- एक आयताकार ब्लॉक, जिसका आयाम $6 \times 5 \times 4$ सेमी है, को यदि 2 सेमी. आयाम वाले छोटे-छोटे घनों में परिवर्तित कर दिया जाए, तो कुल कितने घन बनेंगे ?

$$\begin{aligned} \text{हल} \rightarrow \text{छोटे घनों की कुल संख्या} & = \frac{\text{बड़े घनाभ का आयतन}}{\text{छोटे घन का आयतन}} \\ & = \frac{6 \times 5 \times 4}{2 \times 2 \times 2} = 15 \end{aligned}$$

Type-2 खण्डों (ब्लॉकों) की गिनती -

इस प्रकार के प्रश्नों में किसी दी गई आकृति में घनों (घनाभों/खण्डों) की संख्या ज्ञात करने के लिए कहा जाता है।

उदाहरण 4. :- निम्न आकृति में कितने घन हैं ?



(a) 4

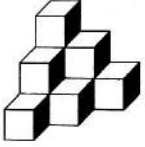
(b) 6

(c) 3

(d) 5

हल → दी गई आकृति से स्पष्ट है कि

- 1 स्तम्भ में 2 घन
 2 स्तम्भों में 1 घन (प्रत्येक में)
 2 घन वाले स्तम्भों में घनों की संख्या = $2 \times 1 = 2$
 1 घन वाले स्तम्भों में घनों की संख्या = $1 \times 2 = 2$
 इसीलिए कुल घनों की संख्या = $2 + 2 = 4$
उदाहरण 5. :- निम्न आकृति में कितने घन हैं ?



- (a) 10 (b) 14
 (c) 16 (d) 8

हल → दी गई आकृति से स्पष्ट है कि

- 1 स्तम्भ में 3 घन
 2 स्तम्भों में 2 घन (प्रत्येक में)
 3 स्तम्भों में 1 घन (प्रत्येक में)
 3 घन वाले स्तम्भों में घनों की संख्या = $3 \times 1 = 3$
 2 घन वाले स्तम्भों में घनों की संख्या = $2 \times 2 = 4$
 1 घन वाले स्तम्भों में घनों की संख्या = $1 \times 3 = 3$
 इसीलिए कुल घनों की संख्या = $3 + 4 + 3 = 10$

Type-3 एक बड़े घन को काटने के बाद रंगना

एक ठोस घन, जिसकी प्रत्येक सतह रंगी हो, उसको छोटे-छोटे घनों में काटने के बाद रंग के आधार पर घन की पहचान निम्न प्रकार से की जाती है-

- (a) **केवल एक सतह रंगे घन-** ऐसे घन प्रत्येक सतह के ठीक केन्द्र पर स्थित होते हैं। इन्हें केन्द्रीय घन कहा जाता है।
 (b) **केवल दो सतह रंगे घन-** ऐसे घन प्रत्येक किनारे के ठीक मध्य में स्थित होते हैं। इन्हें मध्य घन कहा जाता है।

- (c) **केवल तीन सतह रंगे घन-** ऐसे घन प्रत्येक शीर्ष (कोने) पर स्थित होते हैं। इन्हें शीर्ष घन कहा जाता है। इनकी संख्या सदैव 8 होती है।
 (d) **चार या चार से अधिक सतह रंगे घन-** ऐसा एक भी घन नहीं होता है, जिसकी चार या चार से अधिक सतहें रंगी हों।
 (e) **एक भी सतह नहीं रंगे घन-** ऐसे घन प्रत्येक सतह के केन्द्रीय घन से अन्दर की ओर मध्य में स्थित होते हैं। इन्हें अन्तः केन्द्रीय घन कहा जाता है।

एक बड़े घन के विभाजन के बाद प्रत्येक भुजा (या कोर) n बराबर भागों में विभक्त हो, तो विभाजन के बाद

- (i) केवल एक सतह रंगे घनों की संख्या = $6(n - 2)^2$
 (ii) केवल दो सतह रंगे घनों की संख्या = $12(n - 2)^2$
 (iii) केवल तीन सतह रंगे घनों की संख्या = 8
 (iv) चार या चार से अधिक सतह रंगे घनों की संख्या = 0
 (v) एक भी सतह नहीं रंगे घनों की संख्या = $(n - 2)^3$

उदाहरण 6. :- माना 9 सेमी भुजा वाले किसी घन को 3 सेमी भुजा वाले छोटे घनों में विभाजित किया जाए, तो-

घन की प्रत्येक भुजा (कोर) के भाग, $n =$

$\frac{\text{बड़े घन की भुजा}}{\text{छोटे घन की भुजा}}$

$$= \frac{9}{3} = 3$$

कुल छोटे घनों की संख्या = $(n)^3 = (3)^3 = 27$

केवल एक सतह रंगे घनों की संख्या = $6(3 - 2)^2 = 6$

केवल दो सतह रंगे घनों की संख्या = $12(n - 2) = 12(3 - 2) = 12$

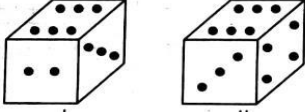
12

केवल तीन सतह रंगे घनों की संख्या = 8

चार या चार से अधिक सतह रंगे घनों की संख्या = 0

Answer- C

Q.18 नीचे एक ही पासे के दो प्रारूपों को दर्शाया गया है। इस पासे के ऊपरी फलक पर जब बिन्दुओं की संख्या 3 होगी, तो इसके निचले फलक पर बिन्दुओं की संख्या कितनी होगी ?



(a) 1 (b) 5 (c) 6 (d) 1/5

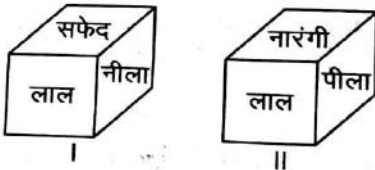
उत्तर :- (d) दिए गए एक ही पासे की दोनों स्थितियों से,

दोनों में उभयनिष्ठ बिन्दु = 3 तथा 6

इसलिए 2 तथा 4 बिन्दु वाले फलक एक-दूसरे के विपरीत होंगे।

अतः 3 बिन्दु वाले फलक के विपरीत फलक पर 1 या 5 बिन्दु अर्थात् 1/5 बिन्दु होंगे।

Q.19 नीचे दिए गए आरेख में एक ही ब्लॉक की छः फलकों को हरे, नीले, पीले, लाल, नारंगी और सफेद रंगों से रंगा गया है। यदि नीले रंग को ऊपरी फलक पर कर दिया जाए, तो निचले फलक पर कौनसा रंग होगा ?



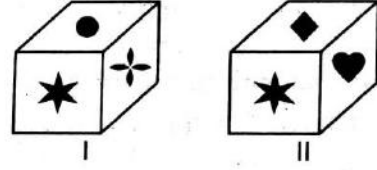
(a) लाल
(b) सफेद
(c) पीला
(d) नारंगी

उत्तर :- (c) दिए गए एक ही पासे की दोनों स्थितियों से,

दोनों में उभयनिष्ठ रंग = लाल (समान फलक पर)

अतः नीले रंग वाले फलक के विपरीत फलक पर पीला रंग होगा।

Q.20 नीचे एक ही पासे के दो प्रारूपों को दर्शाया गया है। जब दिल (♥) की आकृति ऊपर के फलक पर स्थित हो, तो नीचे के फलक पर कौनसी आकृति होगी ?



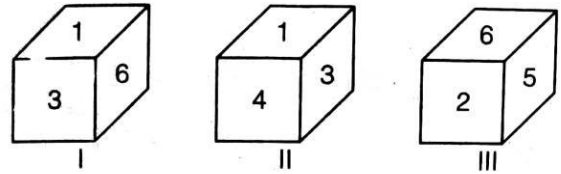
(a) * (b) ♦
(c) ● (d) ✦

उत्तर :- (d) दिए गए एक ही पासे की दोनों स्थितियों से,

दोनों में उभयनिष्ठ आकृति = * (समान फलक पर)

अतः आकृति ♥ वाले फलक के विपरीत फलक पर आकृति ✦ होगी।

Q.21 नीचे एक पासे के तीन प्रारूपों को दर्शाया गया है। इस पासे में अंक 4 के विपरीत फलक पर कौनसा अंक होगा ?



(a) 1 (b) 2 (c) 5 (d) 6

उत्तर- (d) दिए गए एक ही पासे की स्थिति I और II से,

दोनों में उभयनिष्ठ अंक = 1 तथा 3

अतः अंक 4 के विपरीत फलक पर अंक 6 होगा।

Q.22 नीचे एक ही पासे के तीन प्रारूपों को दर्शाया गया है। इस पासे में अक्षर Q के विपरीत फलक पर कौन-सा अक्षर होगा ?

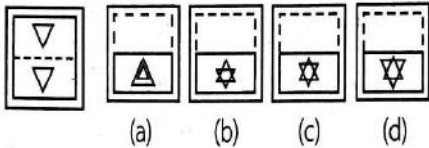
अध्याय-17

कागज मोड़ना एवं काटना (paper folding and cutting)

कागज मोड़ना - 'कागज मोड़ना' अध्याय के अंतर्गत आने वाले प्रश्नों में बाईं ओर एक प्रश्न आकृति तथा दाईं ओर चार या पाँच उत्तर आकृतियाँ दी गई होती हैं। प्रश्न आकृति में एक ज्यामितीय आकार, जैसे- त्रिभुज, वर्ग, वृत्त, आयत आदि के पारदर्शी कागज को, जिसपर बिन्दुमय रेखाओं के एक ओर या दोनों ओर कुछ डिज़ाइन बनी होती हैं, बिन्दुमय रेखा के अनुरूप मोड़ा जाता है। कागज के मुड़े भाग को बिन्दुमय दिखलाया जाता है। अभ्यर्थियों को यह ज्ञात करना होता है कि कागज को मोड़ने पर बनने वाली आकृति उत्तर आकृतियों में से किस उत्तर आकृति जैसी दिखाई देगी।

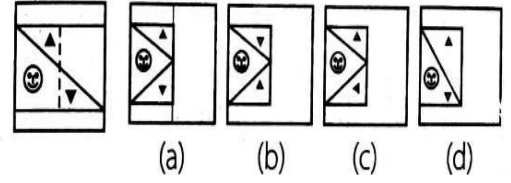
निर्देश (उदाहरण 1-5) निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में बाईं ओर एक प्रश्न आकृति तथा दाईं ओर चार या पाँच उत्तर आकृतियाँ दी गई हैं। प्रश्न आकृति एक वर्गाकार पारदर्शक कागज के सादृश्य हैं। उत्तर आकृतियों में से एक ऐसी आकृति का चयन कीजिए, जो पारदर्शी कागज को बिन्दुमय रेखा पर मोड़ने पर प्राप्त होगी।

उदाहरण 1. प्रश्न आकृति उत्तर आकृतियाँ



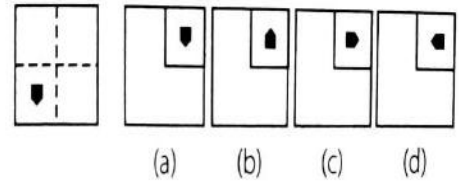
उत्तर- (c) प्रश्न आकृति में ऊपरी अर्द्धभाग को बिन्दुमय रेखा पर नीचे की ओर मोड़ने पर उत्तर आकृति (c) प्राप्त होती है।

उदाहरण 2. प्रश्न आकृति उत्तर आकृतियाँ



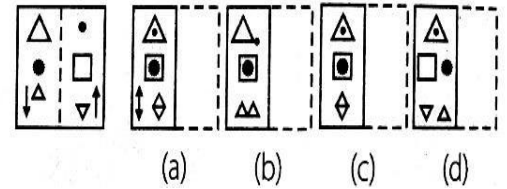
उत्तर- (a) प्रश्न आकृति में दाएँ अर्द्धभाग को बिन्दुमय रेखा पर बाईं ओर मोड़ने पर उत्तर आकृति (a) प्राप्त होती है।

उदाहरण 3. प्रश्न आकृति उत्तर आकृतियाँ



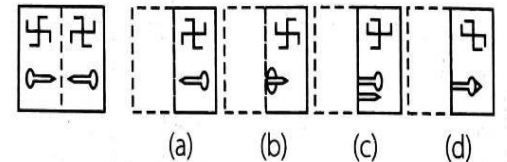
उत्तर- (b) यहाँ पहले प्रश्न आकृति के निचले भाग को बिन्दुमय रेखा पर ऊपर की ओर मोड़ते हैं तथा उसके बाद बाएँ भाग को बिन्दुमय रेखा पर दाईं ओर मोड़ते हैं, तो उत्तर आकृति (b) प्राप्त होती है।

उदाहरण 4. प्रश्न आकृति उत्तर आकृतियाँ



उत्तर- (a) प्रश्न आकृति के अर्द्धभाग को बिन्दुमय रेखा पर बाईं ओर मोड़ने पर, उत्तर आकृति (a) प्राप्त होती है।

उदाहरण 5. प्रश्न आकृति उत्तर आकृतियाँ



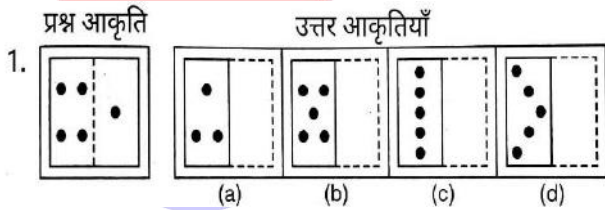
उत्तर- (a) प्रश्न आकृति के बाएँ भाग को दाईं ओर मोड़ने पर, उत्तर आकृति (a) प्राप्त होती है।

महत्वपूर्ण तथ्य :-

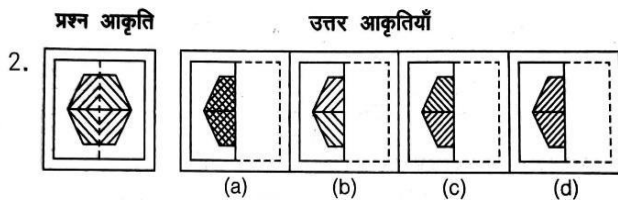
- कागज पर अंकित बिन्दुमय रेखा पर एक दर्पण की कल्पना करनी चाहिए अर्थात् उस आधे भाग के दर्पण प्रतिबिम्ब की कल्पना करनी चाहिए, जिस भाग को मोड़ना हो।
- कागज को मोड़ने के बाद वह आधा भाग दूसरे भाग के ऊपर आ जाता है अर्थात् अंकित डिज़ाइन दर्पण प्रतिबिम्ब के रूप में शेष आधे भाग पर चली जाती है।
- यदि कागज के आधे भाग को बिन्दुमय रेखा से मोड़ा जाता है, तो मोड़े गए भाग में अंकित डिज़ाइन दूसरे भाग पर चला जाता है।

कागज मोड़ने पर आधारित अभ्यास प्रश्न :-

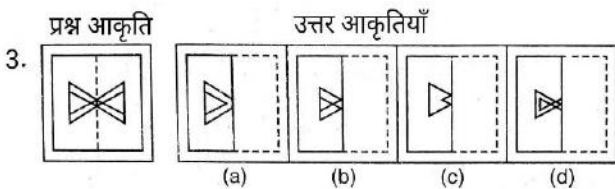
निर्देश (प्र.सं. 1 - 7) निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्न में बाईं ओर एक प्रश्न आकृति तथा दाईं ओर चार उत्तर आकृतियाँ दी गई हैं। प्रश्न आकृति एक वर्गाकार पारदर्शक कागज के सादृश्य हैं। उत्तर आकृतियों में से एक ऐसी आकृति का चयन कीजिए, जो पारदर्शी कागज को बिन्दुमय रेखा पर मोड़ने पर प्राप्त होगी।



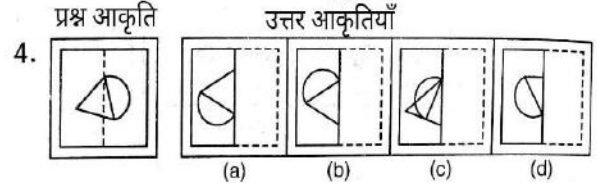
उत्तर- (b)



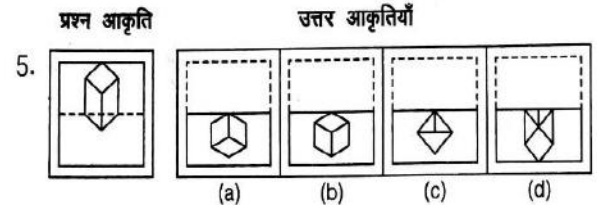
उत्तर- (b)



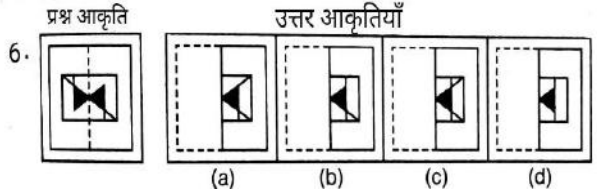
उत्तर- (b)



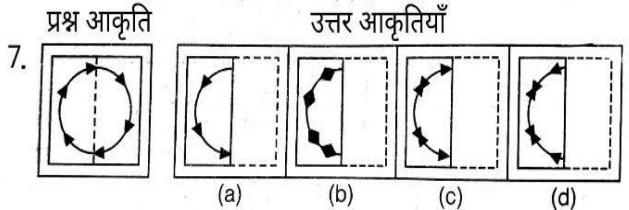
उत्तर- (c)



उत्तर- (d)



उत्तर- (c)



उत्तर- (c)

कागज काटना :- 'कागज काटना' अध्याय के अंतर्गत एक कागज के टुकड़े को निश्चित ढंग से मोड़ते हैं। इसके बाद उसको काटते हैं।

इस अध्याय के अंतर्गत आने वाले प्रश्नों में, प्रश्न आकृति में दो या तीन या चार आकृतियाँ दी गई होती हैं। पहली आकृति में कागज का एक टुकड़ा किसी आकार तथा रूप में दिखाया जाता है। दूसरी आकृति में उसको दो भागों में मोड़कर दिखाया जाता है, जिस भाग को मोड़कर दूसरे भाग पर चढ़ा देते हैं, उसको बिन्दुमय दिखाया जाता है। तीसरी आकृति में कागज पुनः दो भागों में मोड़ा हुआ दिखाया जाता है तथा कुछ भाग कैंची या ब्लेड से कटा हुआ दिखाया जाता है। अभ्यर्थियों को यह ज्ञात करना होता है कि तीसरी

नोट - प्रिय पाठकों , ये हमारे नोट्स का एक सैंपल ही है , यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल करें , हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी “हरियाणा CET (Common Eligibility Test)” की परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे, धन्यवाद /

संपर्क करें - 9887809083

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम -

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्न
RAS PRE. 2021	27 अक्तूबर	74 (cut off- 64)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	01 दिसम्बर	65 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	13 सितम्बर	113 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)

RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (2 nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	95 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (2 nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (1 st शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (2 nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसंबर (1 st शिफ्ट)	56 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसंबर (2 nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
U.P. SI 2021	14 नवम्बर 2021 1 st शिफ्ट	91 (160 में से)
U.P. SI 2021	21 नवम्बर 2021 (1 st शिफ्ट)	89 (160 में से)

दोस्तों, इनका proof देखने के लिए नीचे दी गयी लिंक पर क्लिक करें या हमारे youtube चैनल पर देखें -

RAS PRE. - https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=136s

VDO PRE. - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856Wl8&t=202s>

Patwari - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=103s>

अन्य परीक्षाओं में भी इसी तरह प्रश्न आये हैं Proof देखने के लिए हमारे youtube चैनल (Infusion Notes) पर इसकी वीडियो देखें या हमारे नंबरों पर कॉल करें /

संपर्क करें- 9887809083

ONLINE ORDER के लिए OFFICIAL WEBSITE	Website- https://bit.ly/haryana-cet-notes
नोट्स खरीदने के लिए इन नंबरों पर कॉल करें	+918233195718
TELEGRAM CHANNEL	https://t.me/infusion_notes
FACEBOOK PAGE	https://www.facebook.com/infusion.notes
WHATSAPP करें 	https://wa.link/c93yfc