

**LATEST EDITION**



# राजस्थान ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (ग्राम सेवक)

**मुख्य परीक्षा हेतु**

RAJASTHAN SUBORDINATE AND MINISTERIAL SERVICE  
SELECTION BOARD (RSMSSB)

**भाग-2 गणित**

## (गणित)

1. भिन्न एवं दशमलव भिन्न
2. प्रतिशतता
3. अनुपात-समानुपात
4. औसत
5. लाभ और हानि
  - बट्टा (छूट)
6. चाल, समय और दूरी
7. आयु
8. साझा
9. साधारण ब्याज (SI)
10. चक्रवृद्धि ब्याज (CI)
  - किश्तों में भुगतान
11. बहुपद के गुणनखण्ड
12. लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक (L.C.M. & H.C.F.)
  - बहुपदों के (L.C.M. & H.C.F.)
13. रैखिक एवं द्विघातीय समीकरण

14. परिमिति (2D & 3D)

15. सांख्यिकी

16. व्यामिति

(Additional Important Chapters from Mains Exam point of view)

17. संख्या प्रणाली

18. सरलीकरण

19. मिश्रण

20. समय, काम और मजदूरी

21. क्रमचय एवं संचय

22. प्रायिकता

23. अवकलन एवं समाकलन

## अध्याय-3

### अनुपात-समानुपात (Ratio and Proportion)

(1) मिश्रित अनुपात :- दो या दो से अधिक अनुपातों के प्रथम पदों का गुणनफल और द्वितीय पदों के गुणनफल में जो अनुपात होगा, उसे मिश्रित अनुपात कहते हैं !

जैसे -  $2 : 3, 1 : 4, 3 : 2$

$$(2 \times 1 \times 3) : (3 \times 4 \times 2)$$

$$6 : 24$$

$$1 : 4$$

(2) वर्गानुपात :- किसी अनुपात के प्रत्येक पदों के वर्गों से बना अनुपात वर्गानुपात होता है ! जैसे -

$$a : b = a^2 : b^2$$

$$4 : 5 = 16 : 25$$

(3) आधारानुपात - किसी अनुपात के प्रत्येक वर्गमूलों में जो अनुपात होता है उसे आधारानुपात कहते हैं जैसे -

$$64 : 121 = a : b$$

$$8 : 11 = \sqrt{a} : \sqrt{b}$$

(4) तिहरा अनुपात = किसी अनुपात के प्रत्येक पदों के घनों से बना अनुपात तिहरा अनुपात कहलाता है ! जैसे  $2 : 3 = a : b$

$$8 : 27 = a^3 : b^3$$

तिहाई अनुपात :- किसी अनुपात के प्रत्येक पदों के घनमूलों से बना अनुपात तिहाई अनुपात है ! जैसे

$$64 : 125 \quad a : b$$

$$4 : 5 \quad \sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{b}$$

समानुपात :- यदि दो अनुपात परस्पर हो तो उनके चारों पद समानुपाती कहलाते हैं जैसे-

$$a : b :: c : d$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

समानुपात की शर्त -

मध्य पदों का गुणनफल = बाह्य पदों का गुणनफल

$$bc = ad$$

नियमित अनुपात (Regular Ratio):-

$$a : b = 2 : 3 \quad b : c = 4 : 5$$

$$a : b : c = ?$$

$$a : b : c$$

2 Method

$$\begin{array}{c}
 2 : 3 \\
 \diagdown \quad \diagup \\
 \quad 4 : 5
 \end{array}$$

$$a : b : c$$

$$2 : 3 : 3$$

$$8 : 12 : 15$$

$$4 : 4 : 5$$

$$8 : 12 : 15$$

अनियमित अनुपात (Irregular Ratio):-

$$a : c = 2 : 3 \quad b : c = 4 : 5$$

$$a : b : c = ?$$

$$a \quad : \quad b \quad : \quad c$$

$$2 \times 5 \quad : \quad 4 \times 3 \quad : \quad 5 \times 3$$

$$10 \quad : \quad 12 \quad : \quad 15$$

# समान चीजों का अनुपात हमेशा बराबर होता है !

$$a : b = 2 : 3 \quad a : b : c = ?$$

$$b : c = 3 : 4$$

$$a : b : c = 2 : 3 : 4$$

$$a : b = 2 : 3$$

$$\underline{b : c = 1 : 4}$$

$$a : b : c = 2 : 3 : 12$$

$$a : b = 2 : 3 \quad a : b : c : d = ?$$

$$b : c = 1 : 4$$

$$\underline{c : d = 5 : 2}$$

$$a : b : c : d = 10 : 15 : 60 : 24$$

### Type - 1 साधारण प्रश्न

(1) यदि  $a : b = 2 : 3$  और  $b : c = 4 : 5$  तो  $a : b : c$  ज्ञात करें

$$a : b = 2 : 3$$

$$b : c = 4 : 5$$

$$a : b : c = 8 : 12 : 15$$

(2) यदि  $a : b = 2 : 3$ ,  $b : c = 4 : 1$  तथा  $c : d = 2 : 5$  तो  $a : b : c : d$  ज्ञात करो !

$$a : b = 2 : 3$$

$$b : c = 4 : 1$$

$$c : d = 2 : 5$$

$$\underline{a : b : c : d = 16 : 24 : 6 : 15}$$

(3) A और B का अनुपात  $2 : 3$  है तथा B और C का अनुपात  $4 : 5$  है ! तो  $A^2 : B^2 : AC$  का मान क्या होगा ?

$$A : B = 2 : 3$$

$$\underline{B : C = 4 : 5}$$

$$A : B : C = 8 : 12 : 15$$

$$A^2 : B^2 : AC$$



64 : 144 : 120

8 : 18 : 15

(4) यदि  $a : b = 2 : 5$ ,  $b : c = 4 : 3$

तथा  $c : d = 2 : 5$  तो  $a : d$  ज्ञात करे !

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \times \frac{c}{d} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} \times \frac{2}{5}$$

$$\frac{a}{d} = \frac{16}{75}$$

**Type - 2** संख्याओं पर आधारित प्रश्न

तीन संख्याओं का योग 116 है ! दूसरी संख्या और तीसरी संख्या 9 : 16 के अनुपात में हैं, जबकि पहली संख्या और.....

**नोट -** प्रिय पाठकों, यह अध्याय (TOPIC) अभी यहीं समाप्त नहीं हुआ है यह एक सैंपल मात्र है / इसमें अभी और भी काफी कंटेंट पढ़ना बाकी है जो आपको ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) के इन कम्पलीट नोट्स में पढ़ने को मिलेगा / यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल करें, हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) की परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे, धन्यवाद!

**संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672,**

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए

प्रश्नों के परिणाम -

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्न
RAS PRE. 2021	27 अक्तूबर	74 (cut off- 64)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	01 दिसम्बर	65 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	13 सितम्बर	113 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (2 <sup>nd</sup> शिफ्ट)	103 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	95 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (2 <sup>nd</sup> शिफ्ट)	91 (150 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसम्बर (1 <sup>st</sup> शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसम्बर (2 <sup>nd</sup> शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसम्बर (1 <sup>st</sup> शिफ्ट)	56 (100 में से)



<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	14 नवम्बर 2021 1 <sup>st</sup> शिफ्ट	91 (160 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	21 नवम्बर 2021 (1 <sup>st</sup> शिफ्ट)	89 (160 में से)

दोस्तों, इनका proof देखने के लिए नीचे दी गयी लिंक पर क्लिक करें या हमारे youtube चैनल पर देखें -

**RAS PRE.** - [https://www.youtube.com/watch?v=p3\\_i-3qfDy8&t=136s](https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=136s)

**VDO PRE.** - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856Wl8&t=202s>

**Patwari** - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=103s>

अन्य परीक्षाओं में भी इसी तरह प्रश्न आये हैं Proof देखने के लिए हमारे youtube चैनल (Infusion Notes) पर इसकी वीडियो देखें या हमारे नंबरों पर कॉल करें।

**संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672**

## Some Examples

(1) A, B तथा C एक चारागाह किराये पर लेते हैं A उस पर 7 महीने तक 10 बैल चराता है B उस पर 5 महीने तक 12 बैल और C उस पर 3 महीने तक 15 बैल चराता है यदि चारागाह का किराया 175 रु. हो तो C को अपने हिस्से का कितना किराया देना होगा ?

Ans.      A                      B                      C

$$7 \times 10 \quad : \quad 5 \times 12 \quad : \quad 3 \times 15$$

$$14 \quad \quad \quad : \quad 12 \quad \quad \quad : \quad 9$$

$$= \frac{9}{35} \times 175 = 45 \text{ Ans}$$

(2) A , B , C की आय में 3,7,4 का अनुपात है यदि उनके व्यय में 4 : 3 : 5 का अनुपात है यदि 2400 रु. की आय में से A , 300 रु. बचाता है तो B व C की बचते हैं ?

Ans.      2400 : 5600 : 3200

A	B	C
3	7	4
4	3	5
400	1575	2625

$$= 5600 - 1575 = 4025$$

$$3200 - 2625 = 575$$

(3) एक थैली में 1 रु. , 50 पैसे तथा 25 पैसे के सिक्के 5 : 9 : 25 के अनुपात में हैं यदि थैली में कुल धन 1008 हो तो विभिन्न प्रकार के सिक्कों की संख्या ज्ञात कीजिए?

Ans. माना 1 रु. , 50 पैसे , 25 पैसे के सिक्कों की संख्या =  $5x$  ,  $9x$  ,  $25x$

$$\text{इनका कुल मूल्य} = \left( \frac{5x}{1} + \frac{9x}{2} + \frac{25x}{4} \right)$$

$$= \left( \frac{20x + 18x + 25x}{4} \right) = \frac{63x}{4}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{63x}{4} = 1008 \Rightarrow x = 64 \\
 &= 1 \text{ रु. के सिक्कों की संख्या} = (5 \times 64) = 320 \\
 &= 50 \text{ पैसे के सिक्कों की संख्या} = (9 \times 64) \\
 &= 576 \\
 &= 25 \text{ पैसे के सिक्कों की संख्या} = (25 \times 64) \\
 &= 1600 \text{ Ans}
 \end{aligned}$$

(4) एक धनराशि को A, B, C, D में क्रमशः 3 : 4 : 9 : 10 में विभक्त किया जाता है यदि c का भाग B के भाग से 2580 अधिक हो तो A तथा D की कुल राशि कितनी है ?

Ans. माना A, B, C, D के भाग क्रमशः

3x, 4x, 9x तथा 10x हैं !

$$\text{तब } (C - B) = 2580 = 9x - 4x = 2580$$

$$5x = 2580$$

$$x = 516$$

$$\text{तथा } (A + D) \text{ का कुल भाग} = (3x + 10x)$$

$$= 13x$$

$$= (13 \times 516) = 6708 \text{ Ans}$$

किसी समकोण त्रिभुज की समकोण बनाने वाली भुजाएँ 5 : 12 में हैं यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल  $270 \text{ cm}^2$  हो तो कर्ण की लम्बाई.....

**नोट -** प्रिय पाठकों , यह अध्याय (TOPIC) अभी यहीं समाप्त नहीं हुआ है यह एक सैंपल मात्र है / इसमें अभी और भी काफी कंटेंट पढ़ना बाकी है जो आपको ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) के इन कम्पलीट नोट्स में पढ़ने को मिलेगा

/ यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल करें, हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) की परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे, धन्यवाद!

**संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672,**



## अध्याय-7

### आयु (AGE)

सामान्यतः

# आयु के अधिकांश question आनुपातिक रूप में पूछे जाते हैं ! इन्हें हल करने के सरलतम तरीकों में से unit method ज्यादा use लेने से कम समय में स्लोवे हो जाता है !

जैसे:- A व B की वर्तमान आयु का अनुपात 4 : 5 तथा 10 साल बाद इनकी आयु का अनुपात 6 : 7 होगा तो वर्तमान आयु का अनुपात ज्ञात कीजिए !

वर्तमान 4 : 5

अनुपात = 2 unit = 10 साल

6 साल बाद 6 : 7 1 unit = 5 साल

तो आयु (वर्तमान) अनुपात 20 : 25

# आयु के प्रश्नों में जब समय वर्ष में 'पहले' या 'बाद' में दिया जाता तो

x वर्ष पहले, x वर्ष पहले = घटेंगे (-)

x वर्ष पहले x वर्ष बाद = + (जुड़ेंगे)

x वर्ष बाद x वर्ष बाद = घटेंगे (-)

x वर्ष बाद x वर्ष पहले = जुड़ेंगे (+)

जैसे- 5 वर्ष पहले पिन्टू की आयु 15 वर्ष थी तो 7 वर्ष बाद पिन्टू की आयु क्या होगी?

5 वर्ष पहले + 7 वर्ष बाद = 12

15 + 12 = 27 वर्ष होगी 7 वर्ष बाद

# यदि आयु में अनुपात हो और उनका गुणनफल किसी संख्या के बराबर दिया हो तो हम अनुपात में x मानेंगे !

जैसे 7 : 3 तो  $7x : 3x$

Whatsapp- <https://wa.link/Oe0rrx> 13 website- <https://bit.ly/vdo-mains-notes>

# किसी अनुपात के पदों में कोई संख्या direct नहीं जोड़ सकते हैं जैसे 7 : 5 के अनुपात में दोनों

पक्षों में 8 जोड़ने के पहले  $7 \times 5 \times$  बनाना पड़ेगा उसके बाद + 8 होगा !

जैसे  $7x : 5x$  में 8 add करने पर

$$7x + 8 : 5x + 8$$

# आयु के प्रश्नों में किसी की आयु व्यक्ति की आयु का ' गुना' अधिक होने का कार्य पाँच गुना अधिक का अर्थ = 6 गुना

7 गुना अधिक का अर्थ = 8 गुना

जैसे 16 वर्ष पहले दादा की आयु उसके पोते से 8 गुना अधिक थी

Means , दादा पोता

$$9x \quad x$$

# यदि आयु प्रश्न में दो या दो से अधिक व्यक्तियों की आयु का अनुपात देकर सबसे छोटे या बड़े व्यक्ति की आयु पूछे तो unit method से करें !

जैसे:- A B C ABC की औसत आयु 20 है तथा a, b, c की आयु का अनुपात तो ज्ञात कीजिये

SOLUTION ;-

$$A \quad B \quad C$$

$$3 : 5 : 7$$

$$\text{given औसत} = 20$$

$$\text{टोटल यूनिट} \quad 8 + 7 = 15 \text{ unit}$$

$$\text{कुल} = 3 \times 20 = 60 \text{ वर्ष} \quad 15 \text{ unit} = 60$$

$$1 \text{ unit} = 4$$



तो सबसे छोटी A

$$3 \times 4 = 12 \text{ वर्ष}$$

Explain

	A	B
If वर्तमान	45	39
7 साल बाद	52	46
3 साल पहले	42	36

# 4 व्यक्तियों की आयु का वर्तमान योग 120 वर्ष है 3 साल बाद उनकी आयु का योग कितना है !

Solution :-

$$4 \text{ साल का योग} = 120$$

$$3 \text{ साल बाद} = 3 \times 4 = 12$$
$$= 120 + 12 = 132$$

$$5 \text{ साल बाद} = 5 \times 4 = 20$$
$$= 120 + 20$$

$$= 140$$

$$5 \text{ साल पहले} = 5 \times 4 = 20$$
$$= 120 - 20 = 100$$

Q.1 सुमित और प्रकाश की आयु का वर्तमान अनुपात 2 : 3 है ! सुमित, प्रकाश से 6 वर्ष छोटा है ! तदनुसार 6 वर्षों बाद , सुमित और.....

नोट - प्रिय पाठकों , यह अध्याय (TOPIC) अभी यहीं समाप्त नहीं हुआ है यह एक सैंपल मात्र है / इसमें अभी और भी काफी कंटेंट पढ़ना बाकी है जो आपको ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) के इन कम्पलीट नोट्स में पढ़ने को मिलेगा / यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल करें , हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) की परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे, धन्यवाद!

**संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672,**



**Q.16** तीन लड़कियों की औसत आयु 20 वर्ष है तथा उनकी आयु 3 : 5 : 7 के अनुपात में है ! सबसे छोटी लड़की की आयु है -

Solution :- A B C

3 : 5 : 7

औसत = 20

कुल =  $3 \times 20 = 60$

$8 + 7 = 15$

$15 = 60$

$1 = 4$

12 : 20 : 28

सबसे छोटी = 12

**Q.17** किसी व्यक्ति से उसकी आयु बताने को कहा गया ! उसका उत्तर था 'तीन वर्ष बाद की मेरी आयु लीजिए, उसे 3 से गुणा कीजिए, गुणनफल में से तीन पहले की मेरी आयु के तिगुने को घटाइए और फिर आपको उत्तर प्राप्त हो जायेगा, कि मेरी वर्तमान आयु क्या है ! ' उस व्यक्ति की वर्तमान आयु क्या थी ?

(a) 24 वर्ष      (c) 32 वर्ष

(b) 20 वर्ष      (d) 18 वर्ष

Solution :- माना = x

$(x + 3) \times 3 - (x - 3) \times 3$

$= 3x + 9 - 3x + 9$

$= 18$  वर्ष

नोट - प्रिय पाठकों , यह अध्याय (TOPIC) अभी यहीं समाप्त नहीं हुआ है यह एक सैंपल मात्र है / इसमें अभी और भी काफी कंटेंट पढ़ना बाकी है जो आपको ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) के इन कम्पलीट नोट्स में पढ़ने को मिलेगा / यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल करें , हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) की परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे, धन्यवाद!

**संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672,**

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम -

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्न
RAS PRE. 2021	27 अक्टूबर	74 (cut off- 64)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	01 दिसम्बर	65 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	13 सितम्बर	113 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)

<b>राजस्थान S.I. 2021</b>	15 सितम्बर	126 (200 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	95 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (1st शिफ्ट)	59 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (1st शिफ्ट)	56 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	14 नवम्बर 2021 1st शिफ्ट	91 (160 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	21 नवम्बर 2021 (1st शिफ्ट)	89 (160 में से)

दोस्तों, इनका proof देखने के लिए नीचे दी गयी लिंक पर क्लिक करें या हमारे youtube चैनल पर देखें -

**RAS PRE.** - [https://www.youtube.com/watch?v=p3\\_i-3qfDy8&t=136s](https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=136s)

**VDO PRE.** - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856Wl8&t=202s>

**Patwari** - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=103s>

अन्य परीक्षाओं में भी इसी तरह प्रश्न आये हैं Proof देखने के लिए हमारे youtube चैनल (Infusion Notes) पर इसकी वीडियो देखें या हमारे नंबरों पर कॉल करें /

Whatsapp- <https://wa.link/Oe0rrx> 19 website- <https://bit.ly/vdo-mains-notes>

संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672





## अध्याय-11

### बहुपद के गुणनखंड

किसी बहुपद का वह टुकड़ा जो उस बहुपद को पूर्णतः विभाजित कर दें तथा शेष शून्य रहे गुणनखंड कहलाता है। जब गुणनखंड छोटे से छोटा हो तो वह अभाज्य गुणनखंड कहलाता है।

**बीजीय व्यंजकों के गुणनखंड ज्ञात करने की विधियाँ :-**

**उभयनिष्ठ विधि :-**  $12a^2b + 15ab^2$  के गुणनखंड निकालो।

$12a^2b$  के अभाज्य गुणनखंड =  $2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b$

$15a^2b$  के अभाज्य गुणनखंड =  $3 \times 5 \times a \times b \times b$

दोनों में उभयनिष्ठ  $3, a, b$  हैं अतः एक अभाज्य गुणनखंड  $3ab$  है।

**समूहन विधि :-** इस विधि में दो के समूह बनाकर उभयनिष्ठ लिया जाता है।

उदाहरण :-  $xm^2 + ym^2 + xn^2 + yn^2$

$$\boxed{xm^2 + ym^2} \quad \boxed{xn^2 + yn^2}$$

प्रथम समूह      दूसरा समूह

$$= m^2(x + y) + n^2(x + y)$$

$$= (x + y)(m^2 + n^2)$$

उदाहरण :-  $12xy + 4x + 6y + 2$  के गुणनखंड कीजिये।

$$\boxed{12xy + 4x} \quad \boxed{6y + 2}$$

प्रथम समूह      दूसरा समूह

$$= 2x(6y + 2) + 1(6y + 2)$$

$$= (6y + 2)(2x + 1)$$

**Note:-** ध्यान रखे कि प्रथम समूह का कॉमन के बाद शेष बचा व दूसरे समूह का कॉमन के बाद शेष बचा समान होना चाहिए।

## बीजीय गुणखंड के महत्वपूर्ण उदाहरण :-

$$\text{Ex - (1) } 12 = 3 \times 4$$

$$(2) x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$$

$$(3) P(x) = x^5 - x^3 + 69x^2 - 20x + 16$$

$$= (x^3 + 4x^2 - x + 1)(x^2 - 4x + 16)$$

*Example-1*  $x^2 + 6x + 8$  का गुणखण्ड ज्ञात करो !

$$= x^2 + 4x + 2x + 8 = 0$$

$$x(x+4) + 2(x+4)$$

$$= (x+2)(x+4)$$

$$x = -2, x = -4$$

*Example-2*  $2x^2 + 6x - 20$  का गुणखण्ड निकाले !

$$= 2x^2 + 6x - 20 = 0$$

$$= 2x^2 + 10x - 4x - 20 = 0$$

$$2x(x+5) - 4(x+5)$$

$$(2x-4)(x+5)$$

$$x = \frac{4}{2}, x = -5$$

# गुणखण्ड के विस्तार में पदों की संख्या

$$(a+b)^n = (n+1) \text{ पद}$$

$${}^n C_0 a^n + {}^n C_1 a^{n-1} b + \dots + {}^n C_n b^n$$

$$\text{संख्या} = (n+1)$$

*Example-1*  $[(2x+y^3)^4]^7$  के विस्तार में पदों की संख्या है ?

$$\text{Ans } [(2x+y^3)^4]^7 \quad [ \because (a^m)^n = a^{m \times n} ]$$

$$(2x+y^3)^{7 \times 4} = (2x+y^3)^{28}$$

$$\text{संख्या} = (28 + 1) = 29$$

Example-2  $[(2x - 3y)^2 (2x + 3y)^2]$  के विस्तार में पदों की संख्या क्या है ?

$$\text{Ans } [(2x)^2 - (3y)^2]^2$$

$$= [4x^2 - 9y^2]^2$$

$$= \text{पदों की संख्या} = 2 + 1 = 3$$

Example-3  $[(x - 3y)^2 (x + 3y)^2]^3$  के विस्तार में पदों की संख्या है ?

$$\text{Ans } (x^2 - 9y^2)^{3 \times 2}$$

$$= (x^2 - 9y^2)^6$$

$$= \text{पदों की संख्या} = 6 + 1 = 7$$

Example-4  $2x^2 + 7x + 6$  हो तो हल करे ?

$$= 2x^2 + 4x + 3x + 6$$

$$= 2x(x+2) + 3(x+2)$$

$$(2x+3)(x+2)$$

$$x = -\frac{3}{2}, x = -2$$

Example-5  $2x^2 - 5x + 3$  को हल करों

$$= 2x^2 - 3x - 2x + 3$$

$$x(2x-3) - 1(2x-3)$$

$$(x-1)(2x-3)$$

$$x = 1, x = -3/2$$

# अगर  $x$  का मान ना निकले तब हम.....

नोट - प्रिय पाठकों , यह अध्याय (TOPIC) अभी यहीं समाप्त नहीं हुआ है यह एक सैंपल मात्र है / इसमें अभी और भी काफी कंटेंट पढ़ना बाकी है जो आपको ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) के इन कम्पलीट नोट्स में पढ़ने को मिलेगा / यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल करें , हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) की परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे, धन्यवाद!

**संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672,**

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम -

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्न
RAS PRE. 2021	27 अक्तूबर	74 (cut off- 64)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	01 दिसम्बर	65 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	13 सितम्बर	113 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)

<b>राजस्थान S.I. 2021</b>	15 सितम्बर	126 (200 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्तूबर (2 <sup>nd</sup> शिफ्ट)	103 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	95 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्तूबर (2 <sup>nd</sup> शिफ्ट)	91 (150 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (1 <sup>st</sup> शिफ्ट)	59 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (2 <sup>nd</sup> शिफ्ट)	61 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (1 <sup>st</sup> शिफ्ट)	56 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (2 <sup>nd</sup> शिफ्ट)	57 (100 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	14 नवम्बर 2021 1 <sup>st</sup> शिफ्ट	91 (160 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	21 नवम्बर 2021 (1 <sup>st</sup> शिफ्ट)	89 (160 में से)

दोस्तों, इनका proof देखने के लिए नीचे दी गयी लिंक पर क्लिक करें या हमारे youtube चैनल पर देखें -

**RAS PRE.** - [https://www.youtube.com/watch?v=p3\\_i-3qfDy8&t=136s](https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=136s)

**VDO PRE.** - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856Wl8&t=202s>

**Patwari** - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=103s>

अन्य परीक्षाओं में भी इसी तरह प्रश्न आये हैं Proof देखने के लिए हमारे youtube चैनल (Infusion Notes) पर इसकी वीडियो देखें या हमारे नंबरों पर कॉल करें /

Whatsapp- <https://wa.link/Oe0rrx> 25 website- <https://bit.ly/vdo-mains-notes>

संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672





## विभाजन एल्गोरिथ्म (Division Algorithm)

यदि  $p(x)$  और  $g(x)$  ऐसे दो बहुपद हैं कि  $p(x)$  की घात  $g(x)$  से अधिक है और  $g(x) \neq 0$  और हम  $p(x)$  को  $g(x)$  से विभाजित करते हैं, तो हमें भागफल  $q(x)$  और शेषफल  $r(x)$  के रूप में दो बहुपद इस प्रकार प्राप्त होते हैं कि

$$p(x) = g(x).q(x) + r(x)$$

जहाँ  $r(x) = 0$  या  $r(x)$  की घात  $g(x)$  से कम होती है।

**उदाहरण -** बहुपद  $p(x) = 2x^4 - 3x^3 + 3x + 1$  को  $x + 1$  से भाग दीजिए।

**हल -**

$$\begin{array}{r}
 x + 1 \ ) \ 2x^4 - 3x^3 + 3x + 1 \ ( \ 2x^3 - 5x^2 + 5x - 2 \\
 \underline{2x^4 + 2x^3} \phantom{+ 3x + 1} \\
 -5x^3 + 3x + 1 \phantom{- 5x^2} \\
 \underline{-5x^3 \phantom{+ 3x} - 5x^2} \\
 + \phantom{5x^2} + 3x + 1 \\
 \phantom{5x^2} + 5x \\
 \underline{\phantom{5x^2} - 2x + 1} \\
 \phantom{5x^2} - 2x - 2 \\
 \underline{\phantom{5x^2} + \phantom{- 2x} + 3} \\
 \phantom{5x^2} \phantom{- 2x} \phantom{+ 3} 3
 \end{array}$$

**भागफल** =  $2x^3 - 5x^2 + 5x - 2$       **शेषफल** = 3

**चरण -**

1. सबसे पहले हम भाज्य और भाजक को अवरोही क्रम में व्यवस्थित करते हैं यदि वे व्यवस्थित नहीं हैं। इस प्रश्न में, दोनों अवरोही क्रम में व्यवस्थित हैं।
2. फिर हम भाज्य के पहले पद को भाजक के पहले पद से विभाजित करते हैं। हम  $2x^4$  को  $x$  से विभाजित करते हैं और  $2x^3$  प्राप्त करते हैं। यह भागफल का पहला पद है।
3. हम भाजक  $(x+1)$  को भागफल के पहले पद  $2x^3$  से गुणा करते हैं और गुणनफल  $2x^4 + 2x^3$  को भाज्य में से घटाते हैं। इससे शेषफल  $-5x^3 + 3x + 1$  मिलता है।
4. यह शेषफल  $-5x^3 + 3x + 1$  हमारा नया भाज्य है। भागफल का दूसरा पद  $-5x^2$  प्राप्त करने के लिए हम चरण (2) को दोहराते हैं।

5. इसी प्रकार चरण (3) के जैसे हम भागफल के दूसरे पद -  $5x^2$  को भाजक  $(x+1)$  से गुणा करते हैं और नए भाज्य में से गुणनफल -  $5x^3 - 5x^2$  को घटाते हैं।

हम समान पद के नीचे समान पद लिखते हैं और यदि कोई असमान पद हो तो हम उस पद को अलग से लिखते हैं।

यह प्रक्रिया तब तक जारी रहती है जब तक कि शेषफल 0 न हो या नए.....

**नोट -** प्रिय पाठकों , यह अध्याय (TOPIC) अभी यहीं समाप्त नहीं हुआ है यह एक सैंपल मात्र है / इसमें अभी और भी काफी कंटेंट पढ़ना बाकी है जो आपको ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) के इन कम्पलीट नोट्स में पढ़ने को मिलेगा / यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल करें , हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) की परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे, धन्यवाद।

**संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672,**

## अभ्यास प्रश्न

**Q.1** व्यंजक  $(x^2 - 2xy + y^2) - z^2$  के गुणनखंड हैं।

$$\begin{aligned} \text{हल} \rightarrow (x^2 - 2xy + y^2) - z^2 &= (x - y)^2 - z^2 \\ &= (x - y - z)(x - y + z) \end{aligned}$$

**Q.2** व्यंजक  $a^2 + b^2 - 2(ab - ac + bc)$  का गुणनखंड है-

$$\begin{aligned} \text{हल} \rightarrow a^2 + b^2 - 2(ab - ac + bc) \\ &= a^2 + b^2 - 2ab + 2ac - 2bc \\ &= (a - b)^2 + 2c(a - b) \\ &= (a - b)[a - b + 2c] \end{aligned}$$

$\therefore$  दिए गए व्यंजक का एक गुणनखंड  $a - b + 2c$  है।

**Q.3** व्यंजक  $x^2 - 2xy + y^2 - x + y$  का एक गुणनखंड है-

$$\begin{aligned} \text{हल} \rightarrow x^2 - 2xy + y^2 - x + y \\ &= (x - y)^2 - (x - y) \\ \therefore &= (x - y)[(x - y) - 1] \end{aligned}$$

दिए गए व्यंजक का गुणनखंड  $(x - y - 1)$  है।

**Q.4** व्यंजक  $P(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - ax + 3a - 7$  को जब  $(x + 1)$  से भाग किया जाता है तब शेषफल 19 है।  $a$  का मान है-

$$\text{हल} \rightarrow P(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - ax + 3a - 7 \text{ को } (x + 1) \text{ से भाग करने पर शेषफल} = 19$$

$$\text{इसलिए } P(-1) = 19$$

$$\Rightarrow (-1)^4 - 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - a(-1) + 3a - 7 = 19$$

$$\Rightarrow 1 + 2 + 3 + a + 3a - 7 = 19$$

$$\Rightarrow 4a - 1 = 19$$

$$\Rightarrow 4a = 20$$

$$\Rightarrow a = 5$$

**Q.5** यदि  $x^3 + ax^2 + bx + 16$  का एक गुणनखंड  $(x - 2)$  है और  $b = 4a$ , तब  $a$  और  $b$  क्रमशः हैं -

हल  $\rightarrow$  माना  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 16$  का गुणनखंड  $(x - 2)$  है।

इसलिए  $f(2) = 0$

लेकिन  $f(2) = 2^3 + a(2)^2 + b(2) + 16$

$$\Rightarrow 8 + 4a + 2b + 16 = 0$$

$$\Rightarrow 4a + 2b + 24 = 0$$

$$\Rightarrow 4a + 2b = -24$$

$$\Rightarrow 2(2a + b) = -24$$

$$\Rightarrow 2a + b = -12$$

दिया हुआ है  $b = 4a$

$$\Rightarrow 2a + 4a = -12 \Rightarrow 6a = -12$$

$$\Rightarrow a = -2$$

$$\therefore b = 4(-2) = -8$$

अतः  $a = -2$ ,  $b = -8$

**Q.6**  $25 - p^2 - q^2 - 2pq$  का गुणनखंड है-

हल  $\rightarrow 25 - p^2 - q^2 - 2pq$

$$= 25 - (p^2 + q^2 + 2pq)$$

$$= (5)^2 - (p + q)^2$$

$$= (5 + p + q)(5 - p - q)$$

नोट - प्रिय पाठकों , यह अध्याय (TOPIC) अभी यहीं समाप्त नहीं हुआ है यह एक सैंपल मात्र है / इसमें अभी और भी काफी कंटेंट पढ़ना बाकी है जो आपको ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) के इन कम्पलीट नोट्स में पढ़ने को मिलेगा / यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल करें , हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) की परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे, धन्यवाद!

**संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672,**

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम -

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्न
RAS PRE. 2021	27 अक्टूबर	74 (cut off- 64)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	01 दिसम्बर	65 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	13 सितम्बर	113 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)

<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्टूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्टूबर (2nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्टूबर (1st शिफ्ट)	95 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्टूबर (2nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (1st शिफ्ट)	59 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (1st शिफ्ट)	56 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	14 नवम्बर 2021 1st शिफ्ट	91 (160 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	21 नवम्बर 2021 (1st शिफ्ट)	89 (160 में से)

दोस्तों, इनका proof देखने के लिए नीचे दी गयी लिंक पर क्लिक करें या हमारे youtube चैनल पर देखें -

**RAS PRE.** - [https://www.youtube.com/watch?v=p3\\_i-3qfDy8&t=136s](https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=136s)

**VDO PRE.** - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856Wl8&t=202s>

**Patwari** - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=103s>

अन्य परीक्षाओं में भी इसी तरह प्रश्न आये हैं Proof देखने के लिए हमारे youtube चैनल (Infusion Notes) पर इसकी वीडियो देखें या हमारे नंबरों पर कॉल करें /

**संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672**

Whatsapp- <https://wa.link/Oe0rrx> 32 website- <https://bit.ly/vdo-mains-notes>

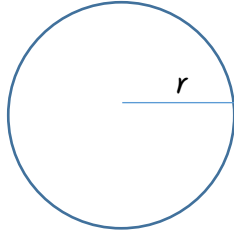


## अध्याय-14

### परिमिति (2D & 3D)

#### • क्षेत्रमिति-द्विविमीय (2D)

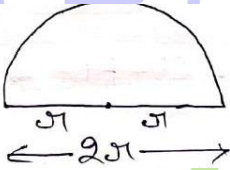
- परिमाण = सभी बाहरी सीमाओं की लम्बाई का योग , परिमाण होता है
- क्षेत्रफल = बाहरी सीमा द्वारा घेरा गया क्षेत्र, क्षेत्रफल होता है!
- वृत्त (Circle) :-
- परिधि =  $2\pi r$
- क्षेत्रफल =  $\pi r^2$



#### अर्धवृत्त (Semi Circle) :-

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \pi r^2$$

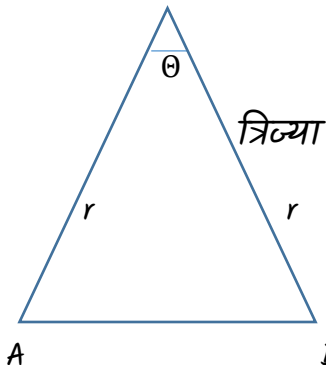
$$\text{परिमाण} = \pi r + 2r = r(\pi + 2)$$



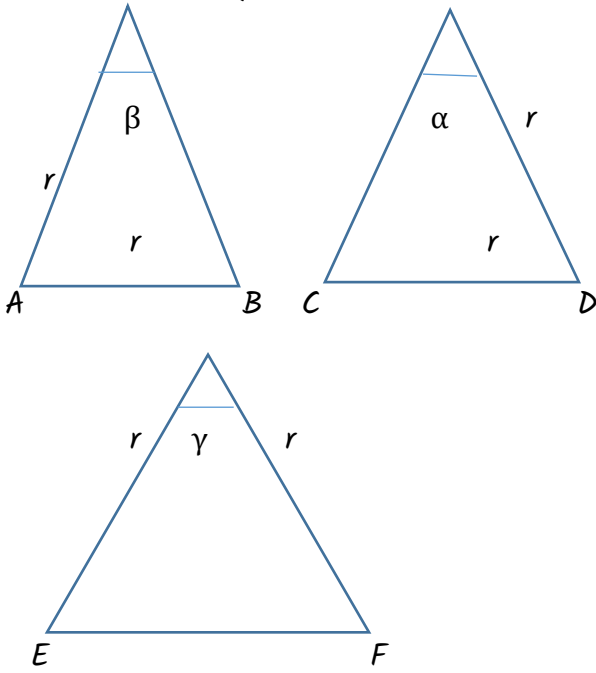
#### त्रिज्यखंड (Sector)

$$\text{चाप AB} = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$



चाप के महत्त्वपूर्ण परिणाम :-



यदि  $\alpha + \beta + \gamma = 120^\circ$

क्षेत्रफल =  $\frac{1}{3} \pi r^2$

तीनों चापों की लम्बाई -

$AB + CD + EF = \frac{1}{3} \times 2\pi r$

समान त्रिज्या के तीन त्रिज्यखंड हैं -

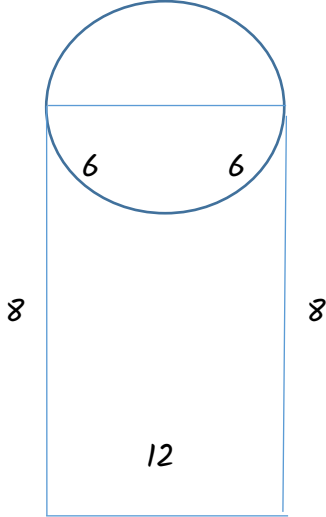
$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times \pi r^2$

चापों की लम्बाई =  $\frac{1}{2} \times 2\pi r$   
 $= \pi r$

निम्न चित्र का परिमाण ज्ञात करें -

$6\pi + 8 + 12 + 8 =$   
 $= (6\pi + 28)$

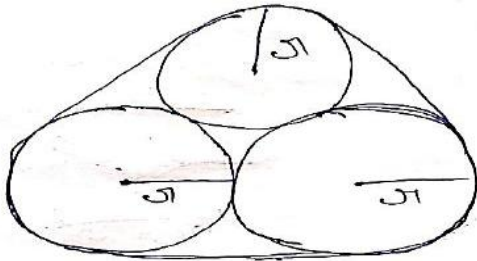


### रस्सी की लम्बाई

माना  $d$  पुली का व्यास है और  $r$  त्रिज्या है ! सभी पुली समान हैं !

$$d = 2r$$

$$\text{रस्सी की लम्बाई} = 2d + 2\pi r$$



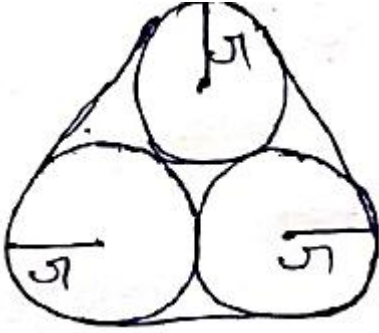
$$\text{रस्सी की लम्बाई} = 3d + 2\pi r$$

**प्रश्न- 1** 10 सेमी व्यास वाले 3 वृत्त एक दूसरे को स्पर्श करते हैं तथा उन्हें एक रबर द्वारा बांधा जाता है ! रबर की लम्बाई ज्ञात कीजिए रबर की लम्बाई  $= 3d + 2\pi r$

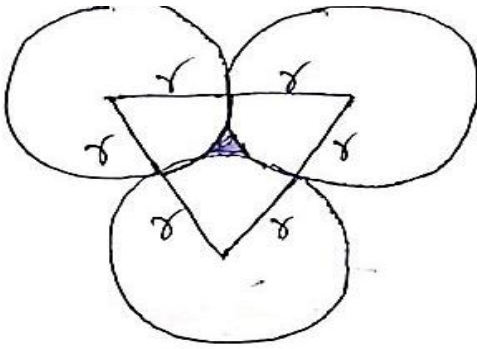
$$= 3 \times 10 + 2 \times 5 \times \pi$$

$$= 30 + 10\pi \text{ cm}$$

$$d = 10 \text{ cm}, r = 5 \text{ cm}$$



छायांकित भाग का क्षेत्रफल -

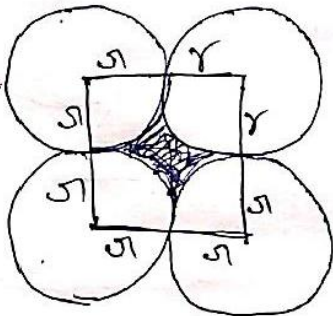


$$\text{क्षे.} = r^2 \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\text{परिमाप} = \pi r$$

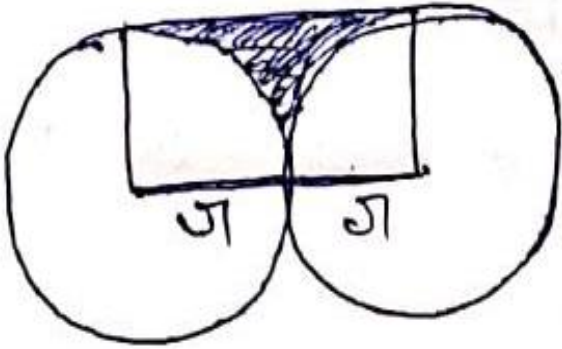
$$(2) \text{ क्षे.} = r^2 (4 - \pi)$$

$$\text{परिमाप} = 2\pi r$$



$$(3) \text{ क्षेत्रफल} = r^2 \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{परिमाप} = \pi r$$



वृत्त पर आधारित प्रश्न

(1) 5 cm त्रिज्या वाले वृत्त के त्रिज्यखंड का ज्ञात करें, जो 3.5 cm लम्बाई वाले चाप द्वारा निर्मित है ?

$$\text{त्रिज्या (r)} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{चाप (l)} = 3.5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times l \times r \\ &= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 5 \\ &= 8.75 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

(2) किसी वर्ग और वृत्त का परिमाप समान है ! यदि वृत्त का क्षेत्रफल  $3850 \text{ m}^2$  हो, तब वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करें ?

$$\text{वर्ग का परिमाप} = 4a \text{ (यदि भुजा } a \text{ हो)}$$

$$\text{वृत्त का परिमाप} = 2\pi r$$

$$4a = 2\pi r$$

$$r = \frac{4a}{2\pi}$$

$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$3850 = \pi \times \frac{4a}{2\pi} \times \frac{4a}{2\pi}$$

$$\frac{7 \times 4 \times a^2}{22} = 3850$$

$$a^2 = 3025 \text{ m}^2$$

चार वृत्त जिनमें प्रत्येक की त्रिव्या  $a$  यूनिट है ! एक - दूसरे को स्पर्श.....

**नोट -** प्रिय पाठकों , यह अध्याय (TOPIC) अभी यहीं समाप्त नहीं हुआ है यह एक सैंपल मात्र है / इसमें अभी और भी काफी कंटेंट पढ़ना बाकी है जो आपको ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) के इन कम्पलीट नोट्स में पढ़ने को मिलेगा / यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल करें , हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) की परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे, धन्यवाद!

**संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672,**

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम -

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्न

<b>RAS PRE. 2021</b>	27 अक्तूबर	74 (cut off- 64)
<b>SSC GD 2021</b>	16 नवम्बर	68 (100 में से)
<b>SSC GD 2021</b>	30 नवम्बर	66 (100 में से)
<b>SSC GD 2021</b>	01 दिसम्बर	65 (100 में से)
<b>SSC GD 2021</b>	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
<b>राजस्थान S.I. 2021</b>	13 सितम्बर	113 (200 में से)
<b>राजस्थान S.I. 2021</b>	14 सितम्बर	119 (200 में से)
<b>राजस्थान S.I. 2021</b>	15 सितम्बर	126 (200 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	23 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	103 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	95 (150 में से)
<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसम्बर (1st शिफ्ट)	59 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसम्बर (2nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसम्बर (1st शिफ्ट)	56 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसम्बर (2nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	14 नवम्बर 2021 1st शिफ्ट	91 (160 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	21 नवम्बर 2021 (1st शिफ्ट)	89 (160 में से)



दोस्तों, इनका proof देखने के लिए नीचे दी गयी लिंक पर क्लिक करें या हमारे youtube चैनल पर देखें -

RAS PRE. - [https://www.youtube.com/watch?v=p3\\_i-3qfDy8&t=136s](https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=136s)

VDO PRE. - <https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk856Wl8&t=202s>

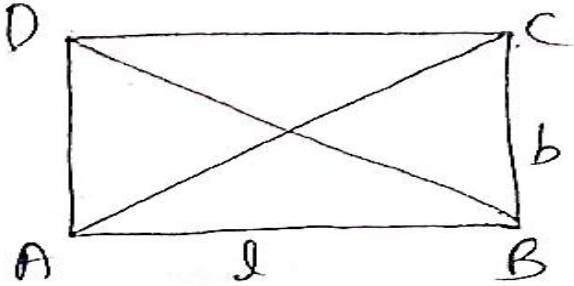
Patwari - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=103s>

अन्य परीक्षाओं में भी इसी तरह प्रश्न आये हैं Proof देखने के लिए हमारे youtube चैनल (Infusion Notes) पर इसकी वीडियो देखें या हमारे नंबरों पर कॉल करें।

संपर्क करें - **8233195718, 9694804063, 8504091672**

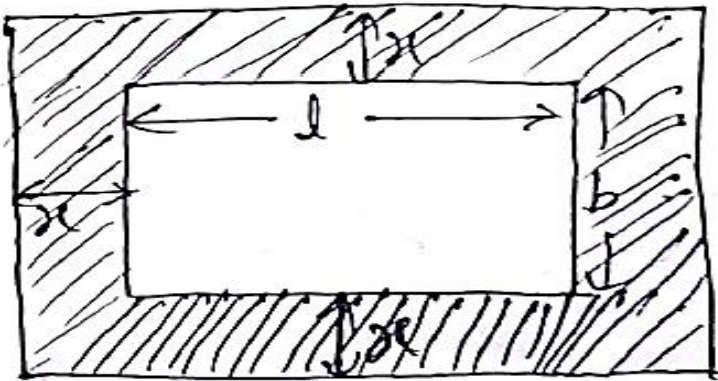
## आयत (Rectangle):-

- (1) ABCD एक आयत है !
- (2) आयत का प्रत्येक कोण  $90^\circ$  का होता है !
- (3) आयत के दोनों विकर्ण समान होते हैं लेकिन एक दूसरे की समद्विभाजित नहीं करते !
- (4) आयत का क्षेत्र = लम्बाई  $\times$  चौड़ाई
- (5) परिमाप =  $2$  (लम्बाई + चौड़ाई)



### # आयत के बाहर पथ -

एक पार्क है जिसकी लम्बाई  $l$  तथा चौड़ाई  $b$  है ! इसके बाहर  $x$  m चौड़ाई का रास्ता बना है,



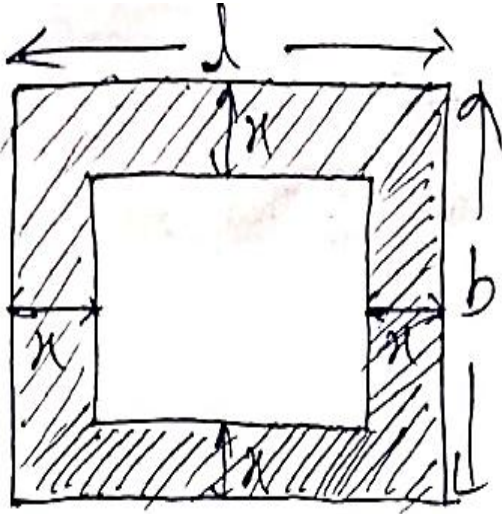
तो पथ का क्षेत्र =  $2x(l+b+2x)$

परिमाप =  $4(l+b+2x)$

### # आयत के अंदर का पथ -

एक पार्क है जिसकी लम्बाई  $l$  तथा चौड़ाई  $b$  है इसके अंदर  $x$  m चौड़ाई का एक रास्ता बना है !

रास्ते का क्षे. =  $2x(1+b-2x)$

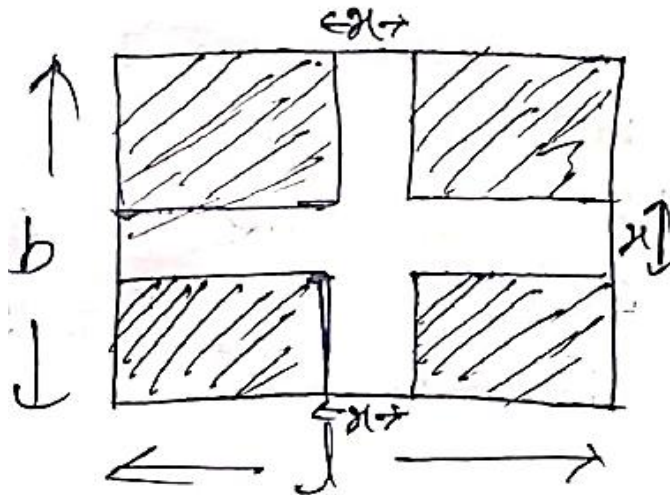


# जब पार्क की लम्बाई तथा चौड़ाई के बीच रास्ता बना हो -

तो आयत का शेष (छायांकित क्षे.)

का क्षे. =  $(l-x)(b-x)$

पाथ का क्षे. =  $(lx + bx - x^2)$

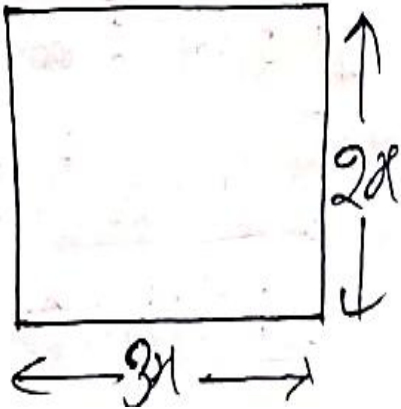


# आयत पर आधारित प्रश्न -

- (1) किसी आयताकार क्षेत्र की लम्बाई तथा चौड़ाई का अनुपात 3 : 2 हैं ! यदि आयताकार क्षेत्र का परिमाण 80 m हो तब उसकी चो. ज्ञात करें !

लम्बाई =  $3x$

$$\text{चौड़ाई} = 2x$$



$$\text{परिमाप} = 2(1+b)$$

$$80 = 2(3x+2x)$$

$$10x = 80$$

$$x = 8$$

$$\text{चौ.} = 2x$$

$$= 2 \times 8$$

$$= 16 \text{ m}$$

(2) किसी आयताकार मेज़ की सतह के ऊपर का परिमाप 28 m तथा क्षेत्रफल 48 m<sup>2</sup> है विकर्ण की लम्बाई ज्ञात करे

$$2(1+b) = 28$$

$$(1+b) = 14$$

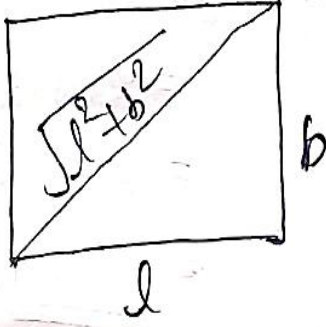
$$(1+b)^2 = 1^2 + b^2 + 2b$$

$$(14)^2 = 1^2 + b^2 + 2 \times 48$$

$$196 = 1^2 + b^2 + 96$$

$$1^2 + b^2 = 100$$

$$\sqrt{1^2 + b^2} = 10 \text{ m}$$



विकर्ण की लंबाई =  $\sqrt{l^2 + b^2}$

A किसी आयताकार मैदान को उसके विकर्ण के अनुदिश 52 मी/मिनिट की चाल से चलकर 15 सेकंड में पार करता है तथा B इस मैदान को उसकी भुजाओं.....

**नोट -** प्रिय पाठकों, यह अध्याय (TOPIC) अभी यहीं समाप्त नहीं हुआ है यह एक सैंपल मात्र है। इसमें अभी और भी काफी कंटेंट पढ़ना बाकी है जो आपको ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) के इन कम्पलीट नोट्स में पढ़ने को मिलेगा। यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल करें, हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) की परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे, धन्यवाद।

**संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672,**



## अध्याय-15

### सांख्यिकी (STATICS)

#### **प्राथमिक समकों के संग्रहण की रीतियाँ (Method of Collecting Primary Data)**

1. प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान (Direct Personal Investigation)
2. अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसंधान (Indirect Oral Investigation)
3. स्थानीय स्रोतों अथवा संवाददाताओं द्वारा सूचना प्राप्ति ! (Information Through Local Sources और Correspondents)
4. गणकों के माध्यम से सूचना संग्रह ! (Information Through Enumeration)
5. प्रश्नावली के माध्यम से सूचना संग्रह ! (Information Through Questionnaire)

#### **द्वितीयक समकों के संग्रहण के स्रोत (Sources of Collection of Secondary Data)**

द्वितीयक समक वे समक हैं जो पहले से ही किसी व्यक्ति, संस्था या सरकार द्वारा संग्रहित किये जाते हैं !

#### **द्वितीयक समकों के प्रमुख स्रोत :-**

##### **(1) प्रकाशित सामग्री (Published Material):-**

- (i) सरकारी प्रकाशन !
- (ii) अन्तर्राष्ट्रीय तथा आयोगों की रिपोर्ट !
- (iii) व्यापारिक संस्थाओं द्वारा !
- (iv) शोधकर्ताओं के प्रकाशन !
- (v) पत्र - पत्रिकाओं में प्रकाशित सामग्री !

**(2) अप्रकाशित सामग्री (Unpublished Material):-** कुछ समक ऐसे भी होते हैं जिनका सरकार, संस्थाओं अथवा व्यक्तियों के द्वारा संकलन तो किया जाता है किन्तु उनका प्रकाशन नहीं किया जाता है ! यदि ये समक उपलब्ध हो तो इनका उपयोग द्वितीयक सामग्री के रूप में किया जाता है !

## चरों का अर्थ (Meaning of Variables)

संख्यात्मक वर्गीकरण में चरों का महत्वपूर्ण स्थान है ! सांख्यिकीय विधियों में चरों का तात्पर्य किसी भी मापने योग्य मात्रा से है जो निश्चित सीमाओं के अन्तर्गत कोई भी मूल्य ग्रहण कर सकती है ! अर्थात् चर एक ऐसी राशि है जिसका मूल्य अलग - अलग स्थितियों में बदलता रहता है ! जो मात्रा तथा आकार में घटते बढ़ते रहते हैं चर कहलाते हैं !

उदाहरण के लिए - आय , मजदूरी , वजन , परिवार का आकार, आयात - निर्यात आदि!

चरों के प्रकार (Kinds of Variables):- चर दो प्रकार के होते हैं - खण्डित चर , सतत चर !

1. खण्डितचर (Discrete Variable):- जो चर एक -दूसरे से निश्चित मात्रा में भिन्न होते हैं , खण्डित चर कहलाते हैं ! व्यावहारिक दृष्टी से खण्डित चर पूर्णाकों में ही हो सकते हैं !

इस प्रकार गणना अथवा गिनती करके जो मूल्य प्राप्त किये जाते हैं !

सतत चर (Continous Variable) :- सतत चर वह चर है जिसका निश्चित सीमाओं के अन्तर्गत कोई भी मूल्य हो सकता है ! इस प्रकार जिन चरों को निश्चित मूल्यों में मापना सम्भव न हो तथा दो मूल्यों के.....

**नोट -** प्रिय पाठकों , यह अध्याय (TOPIC) अभी यहीं समाप्त नहीं हुआ है यह एक सैंपल मात्र है / इसमें अभी और भी काफी कंटेंट पढ़ना बाकी है जो आपको ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) के इन कम्पलीट नोट्स में पढ़ने को मिलेगा / यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल करें , हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी



ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) की परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगे,  
धन्यवाद!

संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672,



**सांख्यिकीय आकड़ों का आलेखनीय निरूपण (Graphical Presentation of Statistical Data) :-** विभिन्न प्रकार के सांख्यिकीय आकड़ों को विभिन्न प्रकार के आलेखों द्वारा निरूपित किया जा सकता है जिसमें निम्नलिखित प्रमुख हैं -

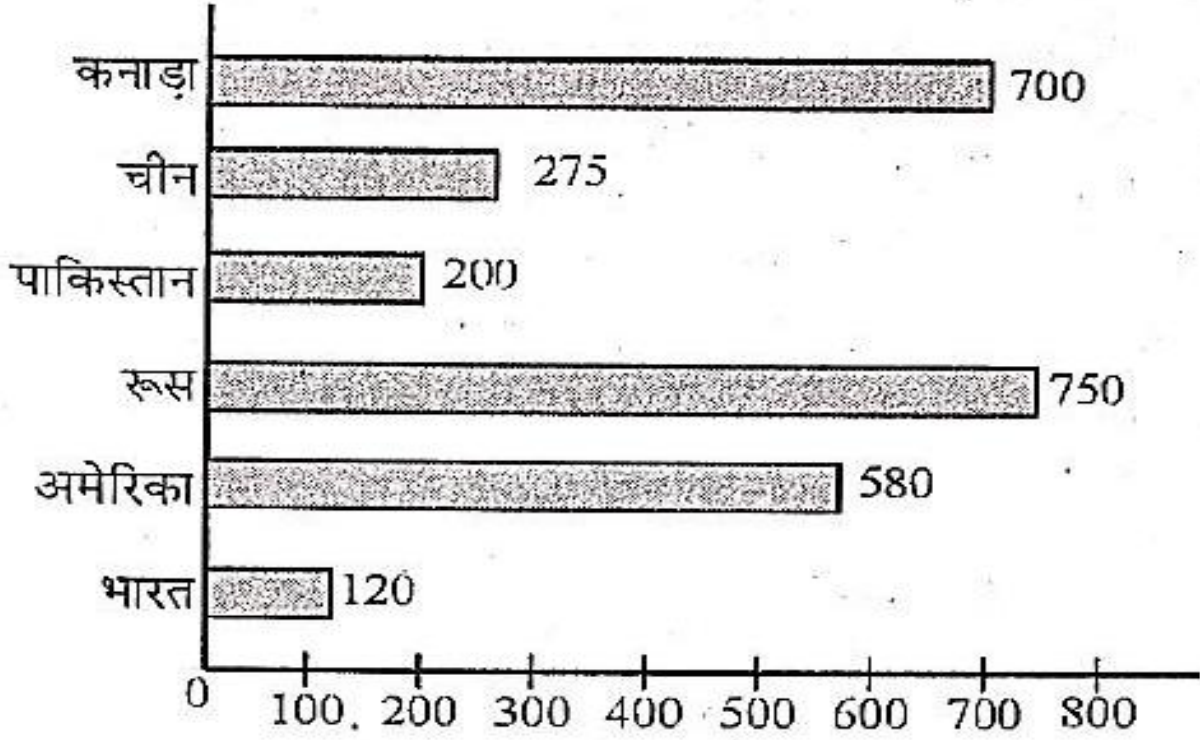
1. दण्ड आलेख या दण्ड चार्ट (Bar Graph or Bar Chart)
2. आयतचित्र (Histogram)
3. बारम्बारता बहुभुज (Frequency Polygon)
4. वृत्त चार्ट (Pie Chart).
5. तोरण (संचयी बारम्बारता वक्र) (Ogive)

1. दण्ड आलेख :- इसके द्वारा आकड़ों को सरल ढंग से दिखाया जाता है ! दिए गये आकड़ों को उदग्र (Vertical) या क्षैतिज (Horizontal) दण्डों से दिखाया जाता है ! दण्डों की चौड़ाई समान ली जाती है तथा उसकी ऊँचाई दिए गये आकड़ों के समानुपाती में होती है !

उदाहरण: 2. 6 देशों में प्रति हेक्टेयर औसत उपज किग्रा में -

देश	भारत	अमेरिका	रूस	पाकिस्तान	चीन	कनाडा
प्रति हेक्टेयर औसत उपज (किग्रा में)	120	580	750	200	275	700

हल : देश

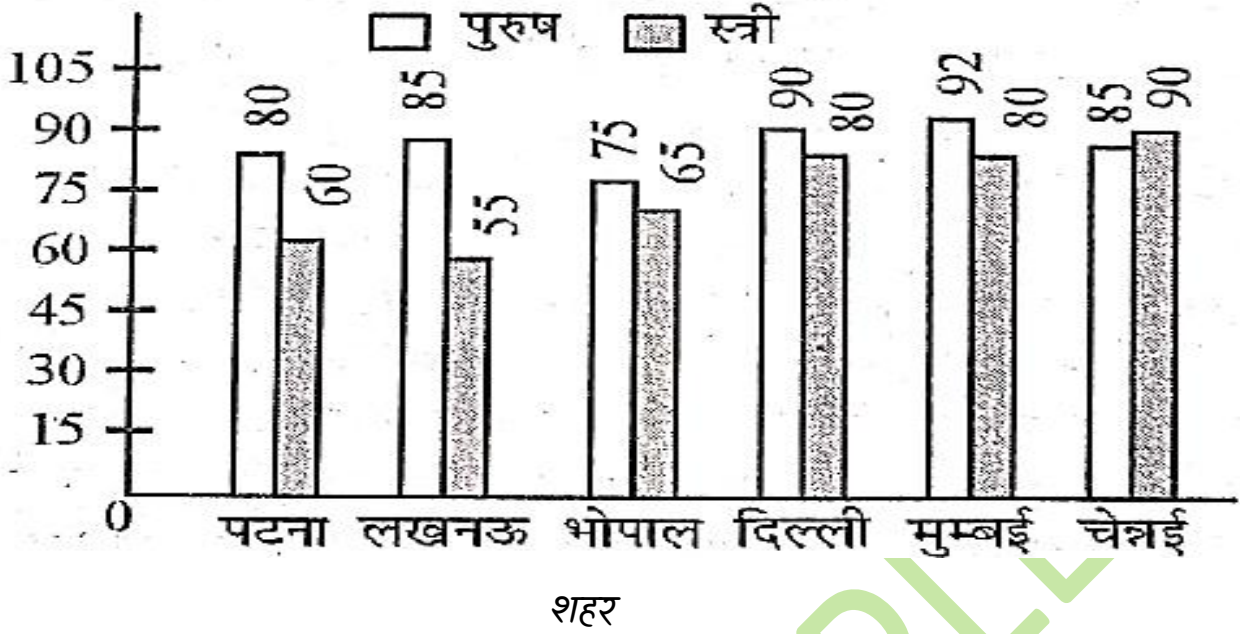


प्रति हेक्टर उपज (किग्रा में)

उदाहरण :3. विभिन्न शहरों में पुरुष तथा स्त्रियों की साक्षरता का प्रतिशत -

देश	पटना	लखनऊ	भोपाल	दिल्ली	मुम्बई	चेन्नई
पुरुष	80	85	75	90	92	85
स्त्री	60	55	65	80	80	90

हल : प्रतिशत में

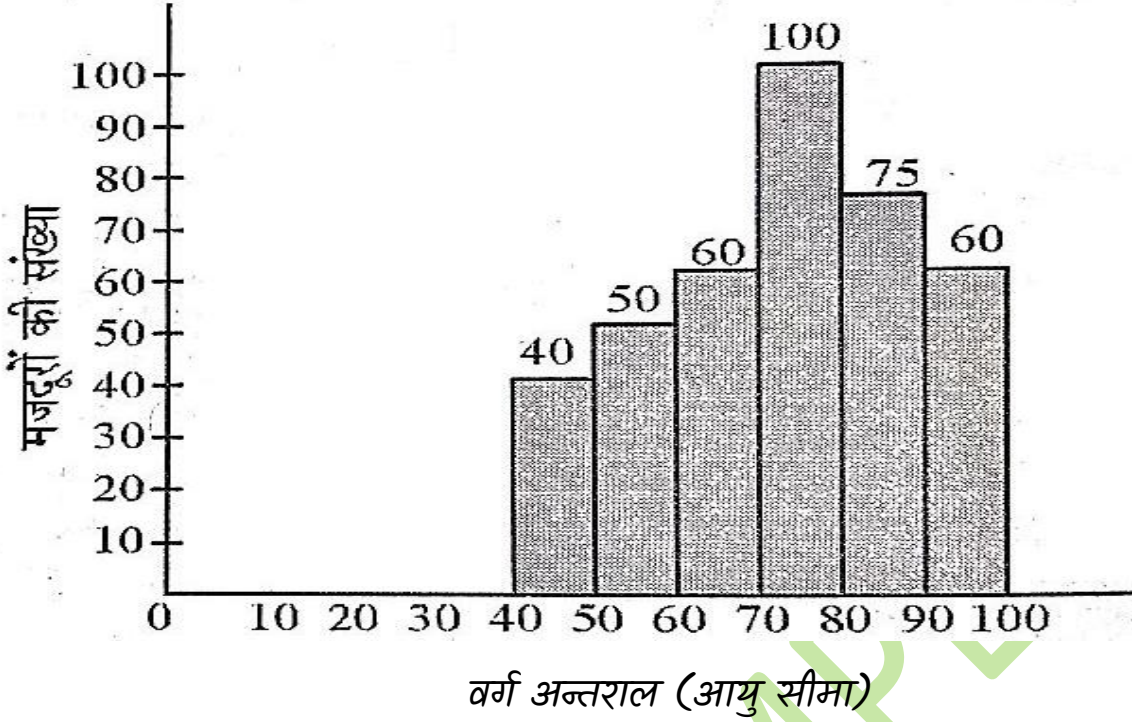


**आयत चित्र (Histogram) :-** आयत चित्र को ग्राफ पेपर पर बनाना चाहिए ! इसमें सभी वर्ग-अन्तरालों को X- अक्ष पर तथा बारंबारता को Y-अक्ष पर रखा जाता है! वर्ग - अन्तराल अपवर्ती विधि में होना चाहिए ! अतः आयत चित्र के सभी ढण्ड आपस में सटे होते हैं !

उदाहरण :2. निम्नलिखित आकड़ों से आयतचित्र खीचें -

वर्ग-अन्तराल (आयु-सीमा)	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
मजदूरों की संख्या	40	50	60	100	75	60

हल : - मजदूरों की संख्या



**बारम्बारता बहुभुज (Frequency Polygon) :-** बारम्बारता बहुभुज बनाने के लिए पहले आयतचित्र बनाना जरूरी हो जाता है तथा इसके बाद प्रत्येक आयतचित्र के ऊपर

.....

**नोट -** प्रिय पाठकों , यह अध्याय (TOPIC) अभी यहीं समाप्त नहीं हुआ है यह एक सैंपल मात्र है / इसमें अभी और भी काफी कंटेंट पढ़ना बाकी है जो आपको ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) के इन कम्पलीट नोट्स में पढ़ने को मिलेगा / यदि आपको हमारे नोट्स के सैंपल अच्छे लगे हों तो कम्पलीट नोट्स खरीदने के लिए नीचे दिए गये हमारे संपर्क नंबर पर कॉल करें , हमें पूर्ण विश्वास है कि ये नोट्स आपकी



ग्राम विकास अधिकारी (VDO) (मुख्य परीक्षा) की परीक्षा में पूर्ण सभव मदद करेंगे,  
धन्यवाद!

**संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672,**

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम -

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्न
RAS PRE. 2021	27 अक्टूबर	74 (cut off- 64)
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	01 दिसम्बर	65 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	13 सितम्बर	113 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्टूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्टूबर (2 <sup>nd</sup> शिफ्ट)	103 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्टूबर (1st शिफ्ट)	95 (150 में से)

<b>RAJASTHAN PATWARI 2021</b>	24 अक्टूबर (2 <sup>nd</sup> शिफ्ट)	91 (150 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (1 <sup>st</sup> शिफ्ट)	59 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	27 दिसंबर (2 <sup>nd</sup> शिफ्ट)	61 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (1 <sup>st</sup> शिफ्ट)	56 (100 में से)
<b>RAJASTHAN VDO 2021</b>	28 दिसंबर (2 <sup>nd</sup> शिफ्ट)	57 (100 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	14 नवम्बर 2021 1 <sup>st</sup> शिफ्ट	91 (160 में से)
<b>U.P. SI 2021</b>	21 नवम्बर 2021 (1 <sup>st</sup> शिफ्ट)	89 (160 में से)

दोस्तों, इनका proof देखने के लिए नीचे दी गयी लिंक पर क्लिक करें या हमारे youtube चैनल पर देखें -

**RAS PRE.** - [https://www.youtube.com/watch?v=p3\\_i-3qfDy8&t=136s](https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=136s)

**VDO PRE.** - <https://www.youtube.com/watch?v=gXDAk856Wl8&t=202s>

**Patwari** - <https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=103s>

अन्य परीक्षाओं में भी इसी तरह प्रश्न आये हैं Proof देखने के लिए हमारे youtube चैनल (Infusion Notes) पर इसकी वीडियो देखें या हमारे नंबरों पर कॉल करें।

**संपर्क करें - 8233195718, 9694804063, 8504091672**



  
**INFUSION NOTES**  
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

AVAILABLE ON/  



01414045784



contact@infusionnotes.com



<http://www.infusionnotes.com/>