CRPF

कांस्टेबल

LATEST EDITION

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

ट्रेड्समैन & टेक्निकल

HANDWRITTEN NOTES

भाग -2 रीजनिंग + गणित

INFUSION NOTES

WHEN ONLY THE BEST WILL DO

CRPF

कांस्टेबल

ट्रेड्समैन & टेक्निकल

भाग –2

रीजनिंग + गणित

प्रस्तावना

*प्रिय पाठकों, प्रस्तुत नोट्स "**CRPF Constable (Tradesmen & Technical)**" को एक विभिन्न अपने अपने विषयों में निपुण अध्यापकों एवं सहकर्मियों की टीम के द्वारा तैयार किया गया है / ये नोट्स पाठकों को **केन्द्रीय रिज़र्व पुलिस बल (CRPF)** द्वारा आयोजित करायी जाने वाली परीक्षा "**CRPF Constable (Tradesmen & Technical)**" भर्ती परीक्षा में पूर्ण संभव मदद करेंगें* **/**

अंततः सतर्क प्रयासों के बावजूद नोट्स में कुछ कमियों तथा त्रुटियों के रहने की संभावना हो सकती है / अतः आप सूचि पाठकों का सुझाव सादर आमंत्रित हैं/

प्रकाशकः

INFUSION NOTES

जयपुर, 302029 (RAJASTHAN)

मो : 9887809083

ईमेल : contact@infusionnotes.com

वेबसाइट : http://www.infusionnotes.com

WhatsApp - https://wa.link/f3uxse

Online Order - https://bit.ly/3MicWlh

मूल्य : ₹	**संस्करण : नवीनतम**

रीजनिंग (Verbal)		
क्र.सं.	अध्याय	पेज
1.	श्रृंखला	1
2.	लुप्त संख्या	11
3.	सादृश्यता	15
4.	वर्गीकरण	31
5.	अंकगणितीय तर्कसंगत	34
6.	सार्थक क्रम	37
7.	कोडिंग-डिकोडिंग	41
8.	दिशा परीक्षण	48
9.	रक्त सम्बन्ध	53
10.	क्रम व्यवस्था	63
11.	गणितीय संक्रियाएं	69
12.	घन एवं पाशा	78
13.	वेन आरेख	97
(Non-Verbal)		
1.	आकृति श्रृंखला	101
2.	समान आकृति	107
3.	आकृतियों की गणना	110
4.	दर्पण एवं जल प्रतिबिम्ब	113
5.	काजग मोड़ना एवं काटना	123
6.	आकृति पूर्ति	129
7.	न्याय नियमन	134
8.	कथन एवं निष्कर्ष	148

गणित		
1.	संख्या प्रणाली	153
2.	दशमलव एवं भिन्न और संख्याओं के बीच संबंध	170
3.	सरलीकरण	188
4.	अनुपात-समानुपात	198
5.	प्रतिशतता	208
6.	औसत	221
7.	साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज	229
8.	लाभ और हानि	249
9.	क्षेत्रमिति	261
10.	चाल, समय और दूरी	289
11.	कार्य और समय	298

Verbal Reasoning

अध्याय- I

श्रृंखला

वर्णानुक्रम श्रृंखला (Albhabetical Series):- alphabetical series से अंग्रेजी के वर्णमाला की position पर आधारित अलग -अलग तरीके से प्रश्न पूछें जाते हैं ।

यहाँ हम सभी तरीकों को जानेगें जो एग्जाम में अक्सर पूछें जाते हैं ।

TYPE I :- इस प्रकार के प्रश्नों में अंग्रेजी वर्णमाला की position दिए गए नम्बर के अनुसार ज्ञात करनी होती है इसके लिए प्रत्येक अक्षर के नम्बर पता होने चाहिए जिससे इस टाइप के प्रश्नों को हल करने में दिक्कत न आये।

स्थान (POSITION):-

सीधी श्रृंखला :-

बाएँ से दाएँ →

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

← दाएँ से बाएँ

अक्षर की बाईं ओर से गणना करने के लिए अक्षर A से तथा दाईं ओर से गणना करने के लिए अक्षर Z से गिनना प्रारम्भ करते हैं ।

इन वर्ण की संख्या को याद रखने के लिए आप याद रख सकते हैं EJOTY को

E J O T Y

5 → 10 → 15 → 20 → 25

किसी वर्ण की विपरीत संख्या ज्ञात करने के लिए 27 में से उसकी मूल संख्या को घटाना होगा ।

जैसे : E = 27 – 5 = 22

E की मूल संख्या 5 होती है इसकी विपरीत संख्या 22 होगी ।

अंग्रेजी वर्णमाला में बाएँ व दाएँ का निर्धारण करते समय कुछ बातों का ध्यान रखना चाहिए ।

- इसमें यह मान लिया जाता है कि सभी अक्षर हमारे जैसे सामने की ओर देख रहे हैं।
- इसमें अंग्रेजी वर्णमाला निम्नलिखित क्रम में हो सकती है।
  - (i) Usual (A-Z)
  - (ii) Reverse (Z-A)
  - (iii) 1st half Reverse (M-A, N-Z)
  - (iv) 2nd half Reverse (A-M, Z-N)
  - (v) Both half Reverse (M-A, Z-N)
  - (vi) Middle term
  - (vii) Mixed Series
  - (viii) Variable

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

← बाईं ओर दाईं ओर →

- **ठीक बाएँ** का अर्थ होता है उस अक्षर के तुरंत पहले का अक्षर **जैसे :-**

  K के ठीक बाएँ का अक्षर = J
- **ठीक दाएँ** का अर्थ होता है उस अक्षर के तुरंत बाद का अक्षर **जैसे :-**

  P के ठीक दाएँ का अक्षर = Q
- **आपके दाएँ से** का अर्थ है आपके दाएँ से बाईं ओर मतलब Z से A की ओर

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z ←

- **आपके बाएँ से** का अर्थ है आपके बाएँ से दाएँ ओर मतलब A से Z की ओर

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z →

- **बाईं ओर** का अर्थ है, दाएँ से बाएँ ओर मतलब अक्षर Z से A की ओर **जैसे :**

  Z Y X ....D C B A

- ***दाईं ओर*** *का अर्थ होता है, बाएँ से दाएँ ओर मतलब अक्षर A से Z की ओर* ***जैसे*** *:-*

  A B C ....X Y Z

Note: दाएँ = Right = R

बाएँ = Left = L

दाएँ से 8 = R_8

बाएँ से 12 = L_{12}

- यदि प्रश्न में दोनों शब्द बाएँ से बाएँ या दाएँ से दाएँ होगा तो उत्तर ज्ञात करने के लिए हमेशा घटाएंगे **जैसे :**

Ex1- अंग्रेजी वर्णमाला में बाएँ से 20 वें अक्षर के बाएँ 10 वाँ अक्षर कौन-सा होगा ?

बाएँ से – 20 वाँ

बाएँ से - 10 वाँ

बाएँ से - 20 -10 = 10 वाँ

बाएँ से 10 वाँ अक्षर = j

Ex2- अंग्रेजी वर्णमाला में दाएँ से 20 वें अक्षर के दाएँ 10 वाँ अक्षर कौन-सा होगा ?

दाएँ से (20 -10) वाँ अक्षर = दाएँ से 10 वाँ = बाएँ से (27-10) = बाएँ से 17 वाँ = Q

- अगर आपको पता है की दाएँ से 17 वाँ Q होता है तो आप सीधे उत्तर Q दे सकते हैं लेकिन अगर आपको नहीं पता है तो आप विपरीत अक्षर निकालने के लिए 27 में से उस अक्षर की संख्या को घटा कर दाएँ से 17 वाँ अक्षर निकाल सकते हैं ।
- यदि प्रश्न में पहला शब्द दाएँ हो तो जोड़ने या घटाने के बाद प्राप्त उत्तर को हमेशा 27 से घटाएंगे ।
- यदि अंग्रेजी वर्णमाला को विपरीत क्रम में लिख दिया जाए तो नियम भी विपरीत हो जायेगा मतलब जो 27 में से घटाने वाली क्रिया प्रथम शब्द बाएँ आने पर की जाएगी
- यदि प्रश्न में दोनों शब्द बाएँ से दाएँ या दाएँ से बाएँ होंगे तो उत्तर ज्ञात करने के लिए हमेशा जोड़ेंगे जैसे :-

Ex- अंग्रेजी वर्णमाला में दाईं ओर से 15वें अक्षर के बाएँ ओर 5 वाँ अक्षर कौन-सा होगा?

दाएँ से = 15 वाँ

बाएँ से = 5 वाँ

दाएँ से = 15 + 5 = 20 वाँ

बाएँ से = 27 – 20 = 7 वाँ = G

Ex- अंग्रेजी वर्णमाला में बाएँ से 25 वें अक्षर के बाएँ 22 वें अक्षर के दाहिने 8 वाँ अक्षर कौन-सा होगा ?

Solution: $L_{25} - L_{22} - R_8$

$L_3 - R_8$

L_{11} = K Ans.

Ex- अंग्रेजी वर्णमाला में बाएँ से 16 वें अक्षर के दाहिनें आठवें अक्षर के बाएँ 22 वाँ अक्षर कौन-सा होगा?

Solu. $L_{16} - R_8 - L_{22}$

$L_{24} - R_{22}$ = L_2 = B **Ans.**

> **Note: -**
>
> यदि मान Positive (26+) में आये तो 26 घटाकर Answer करते हैं।
>
> यदि Value negative में आये तो 26 जोड़कर Answer करते हैं।

Ex – अंग्रेजी वर्णमाला में बाएँ से 10 वें अक्षर के बाएँ 5 वें अक्षर के बाएँ 9 वाँ अक्षर कौन-सा होगा ?

Solu. $L_{10} - L_5 - L_9$

$L_5 - L_9$

$L_{(-4)} = L_{22}$ = V **Ans.**

> **Note:**
>
> Position from left end =
>
> 27- Position from Right end

Ex – अंग्रेजी वर्णमाला में दाहिने से 22 वें अक्षर के दाहिने 17 वें अक्षर के बाएँ 18 वाँ अक्षर कौन सा होगा ?

Solution $R_{22} - R_{17} - L_{18}$

$\Rightarrow R_5 - L_{18}$

$\Rightarrow R_{23}$ (27 घटा देते हैं)

$L_4 = D$ Ans.

Note: दाएँ = Right = R
बाएँ = Left = L
दाएँ से 8 = R_8
बाएँ से 12 = L_{12}

विपरीत श्रृंखला (REVERSE ORDER)

Z Y X W V U T S R Q P O N M L K J I H G F E D C B A

Ex – अंग्रेजी वर्णमाला में यदि सभी अक्षरों को उल्टे क्रम में लिख दिया जाए तो दाहिने से 11 वें अक्षर के बाएँ 7 वाँ अक्षर के दाहिने 16 वाँ अक्षर कौन-सा होगा ?

Solu. $R_{11} - L_7 - R_{16}$

$L_{11} - R_7 - L_{16}$ (Trick)

$\Rightarrow L_{18} - L_{16}$

$\Rightarrow L_2 = B$ Ans.

> **Note:-**
> (1) Trick लगाने के बाद कभी गिना नहीं जाता है।
> (2) Reverse order के problem में Right को Left व Left को Right बनाकर solve करते हैं।

Ex – अंग्रेजी वर्णमाला में यदि सभी अक्षरों को उल्टे क्रम में रख दिया जाये तो बाएँ से 23वें अक्षर के बाएँ से 21वें अक्षर के दाहिने 17वाँ अक्षर कौन-सा होगा ?

Solu. $L_{23} - L_{21} - R_{17}$

$= R_{23} - R_{21} - L_{17}$

$= R_2 - L_{17}$

$= R_{19}$ (27 से घटाने पर)

$= L_8 = H$ Ans.

Ex – अंग्रेजी वर्णमाला में यदि सभी अक्षरों को उल्टे क्रम में लिख दिया जाये तो दाहिने से 22वें अक्षर के दाहिने 10 वें अक्षर के दाहिने 6 वाँ अक्षर कौन-सा होगा?

Solu. $R_{22} - R_{10} - R_6$

$\Rightarrow L_{22} - L_{10} - L_6$

$= L_{12} - L_6 = L_6 = F$ Ans.

Ex – अंग्रेजी वर्णमाला में यदि सभी अक्षरों को उल्टे क्रम में लिख दिया जाये तो बाएँ से 19 वें 'अक्षर के बाएँ 11 वें अक्षर के दाहिने से तीसरा अक्षर क्या होगा ?

Solu. $L_{19} - L_{11} - R_3$

$= R_{19} - R_{11} - L_3$

$\Rightarrow R_8 - L_3 = R_{11}$(27 से घटाने पर)

$= L_{16} = P$ Ans.

(1^{st} HALF REVERSE)

M L K J I H G F E D C B A, N O P Q R S T U V W X Y Z

Ex – अंग्रेजी वर्णमाला में यदि अर्द्धांश के अक्षरों को उल्टे क्रम में रख दिया जाये तो बाएँ से चौथे अक्षर के दाहिने से 21 वें अक्षर के बाएँ 16 वां अक्षर कौन सा होगा ?

Solu. $L_4 - R_{21} - L_{16}$

$\Rightarrow L_{25} - L_{16}$

$\Rightarrow L_9$ (14 घटा देते हैं)

$\Rightarrow L_5 =$ E Ans.

> **Note:-** यदि order Ist half Reverse का हो और value 13 या 13 से कम आये तो एक बार उसे 27 से घटाकर answer करते हैं।

Ex – अंग्रेजी वर्णमाला में यदि प्रथम अर्द्धांश के अक्षरों को उल्टे क्रम में लिख दिया जाये तो दाहिने से 10 वें के दाहिने 5 वें अक्षर के बाएँ 18 वाँ अक्षर कौन सा होगा ?

Sol. $R_{10} - R_5 - L_{18}$

$= R_5 - L_{18}$

$= R_{23}$ (27 से घटाने पर)

Q14. A, E, I, M, ?

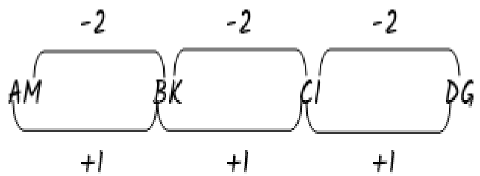
(A) V (B) Q

I K (D) Z **हल (B)**

Q15. AM, BK, CI, DG, ?

(A) DF (B) FD

I DE (D) EE **हल(D)**



Q16. ADH, DGK, GJN, ?

(A) ORV (B) JMP

(c) JLM (D) JMQ **हल:- (D)**

Q17. AGM, BHN, CIO, ?

(A) COU (B) FQK

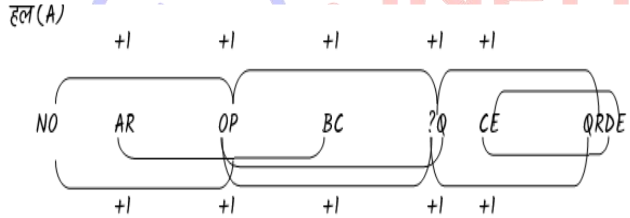
I DJP (D) QXD **हल :- I**

Q18. NOAB, OPBC, PQCD, ???

(A) QRDE (B) RTEF

I QSDE (D) ORGI

हल (A)



Q19. KDW, MGT, OJQ, ?

(A) MNQ (B) QNM

(C) NMQ (D) QMN

ANS : (D)

Q20. अक्षरों के उस संयोजन का चयन करें जिसे दी गई श्रृंखला के रिक्त स्थानों में क्रमिक रूप से रखने पर श्रृंखला को पूरा करेंगे।

L_UA_Z_N_AP_L_U_P Z

(a) N, L, P, A, N, U, Z

(b) P, N, L, Z, U, A, N

(c) P, L, U, Z, N, A, N

(d) N, P, L, U, Z, N, A

ANS. (D)

अध्याय- 2

लुप्त संख्या

(MISSING NUMBER)

इस प्रकार के प्रश्नो में एक आकृति दी हुई होती है जिसमे कुछ अंक दिए हुए होते है |इन अंको में एक अंक की जगह प्रश्न चिन्ह दिया हुआ होता है तथा ये अंक एक विशेष क्रम में होते है | हमें इसी क्रम को पहचान कर छुपे हुए अंक को खोजना होता है |

Q.1 दिये गये विकल्पों में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।

8	15	22
29	?	43
50	57	64

(A) 36

(B) 34

I 50

(D) 32

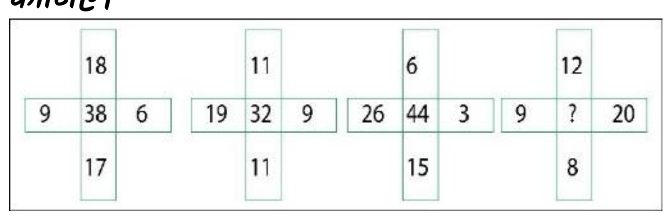
Ans : A

HINT :- 8 + 7 = 15 , 15 + 7 = 22

इसी प्रकार ,

29 + 7 = 36 , 36 + 7 = 43

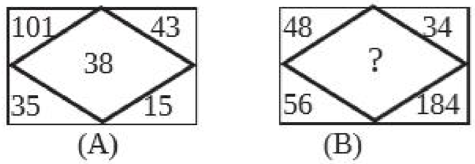
Q.2 दिये गये विकल्पों में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।



(A) 7 (B) 40

(C) 36 (D) 9 **Ans : D**

Q.3 लुप्त संख्या ज्ञात कीजिये।



(A) 127 (B) 142

(C) 158 (D) 198 **Ans : B**

Q.4 निम्नलिखित प्रश्न मे दिये गए विकल्पो मे से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए ।

49, 46, 43, 40, ?, 34

(A) 38 (B) 37

(C) 36 (D) 39 **Ans : B**

Q.5 उस वर्ण युग्म का चयन कीजिए,जिसे निम्नलिखित श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) से प्रतिस्थापित किया जा सकता है।

BA, DC, FE, HG, ? , LK

(A) IJ (B) JI

(c) LM (D) ML **Ans : B**

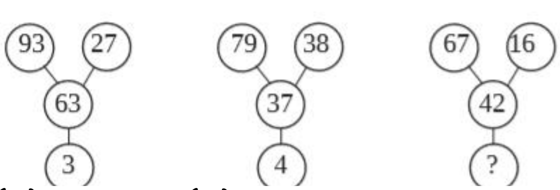
Q.6 दिये गये विकल्पों में से लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए।

72	**44**	**68**
91	**?**	**86**
43	**66**	**37**

(A) 33 (B) 22

(c) 11 (D) 55 **Ans : B**

Q.7 लुप्त संख्या ज्ञात कीजिये।



(A) 5 (B) 6

(c) 8 (D) 9 **Ans : D**

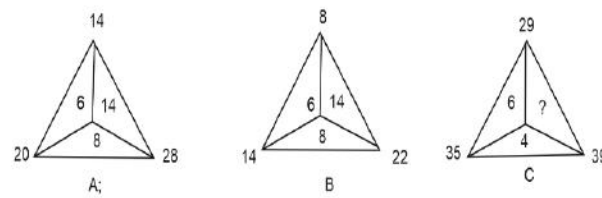
Q.8 एक अनुक्रम दिया गया है, जिसमे से एक पद लुप्त है । दिये गए विकल्पो मे से वह सही विकल्प चुनिए, जो अनुक्रम को पूरा करे।

COT, DQU, ESV, FUW, ?

(A) GWY (B) GVX

(c) GWX (D) GVY **Ans : C**

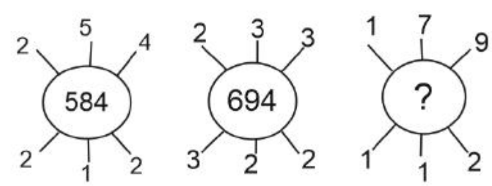
Q.9 दिए गए चित्र में लुप्त संख्या का पता लगाए।



(A) 14 (B) 22

(c) 16 (D) 10 **Ans : D**

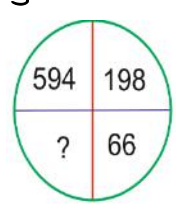
Q.10 दिए गए चित्र में लुप्त संख्या का पता लगाए।



(A) 826 (B) 792

(c) 934 (D) 678 **Ans : B**

Q.11. दी गई आकृति के आधार पर विकल्पों में से लुप्त संख्या का पता लगाए ।



(A) 12 (B) 11

(c) 33 (D) 22 **Ans. D**

Q.12. दी गई आकृति के आधार पर विकल्पों में से लुप्त संख्या का पता लगाए ।

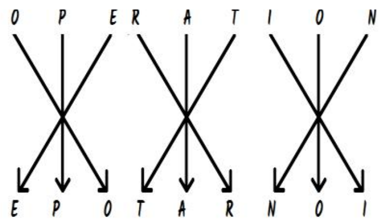
19. एक कूट-भाषा में OPERATION को EPOTARNOI लिखा जाता है। तदनुसार वह शब्द कौन-सा है, जिससे ORPSECSES लिखा जाएगा?

A. PORCESESS B. PROCESSES

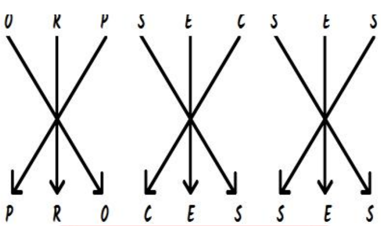
C. POSSESORC D. PROSSESC

Sol:

As,



Similarly,



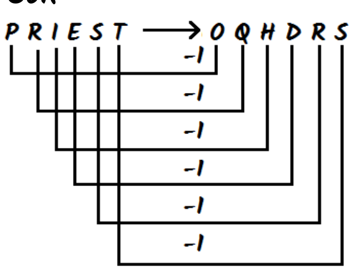
Hence, option B is the correct response.

20. एक निश्चित कोड में, PRIEST को OQHDRS के रूप में लिखा गया है। PRISTINE के रूप में लिखा जा सकता है।

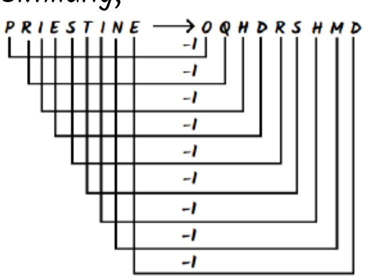
A. OQHRSHMD B. OSHRQMDH

C. QORHHSMD D. QOHRSHMD

Sol:



Similarly,



अध्याय- 8

दिशा परीक्षण (DIRECTION)

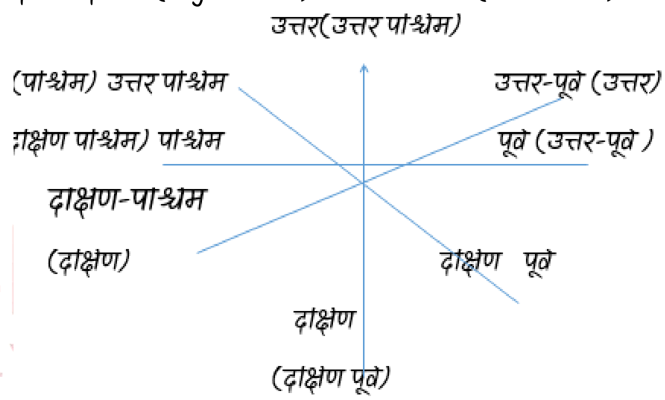
इस प्रश्नावली के अन्तर्गत किसी व्यक्ति या वस्तु द्वारा भिन्न-भिन्न दिशाओं में चली गयी दूरी से संबंधित प्रश्न पूछे जाते हैं।

इस प्रकार के प्रश्नों द्वारा परीक्षार्थियों में दिशा संबंधी ज्ञान का परीक्षण करना होता है। अतः परीक्षार्थियों को चारों दिशाओं व उनके बायीं व दायीं तरफ आदि का ज्ञान होना आवश्यक है। इसके लिए निम्न चित्र आपकी मदद कर सकता है -

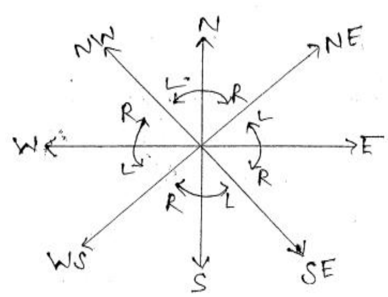
R.H.S. moves clock wise. (दक्षिणावर्त)

L.H.S. moves anti-clock wise.(वामावर्त)

दा.→दायाँ (Right side) बा.→बायाँ (Left side)

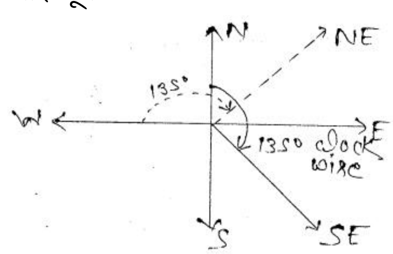


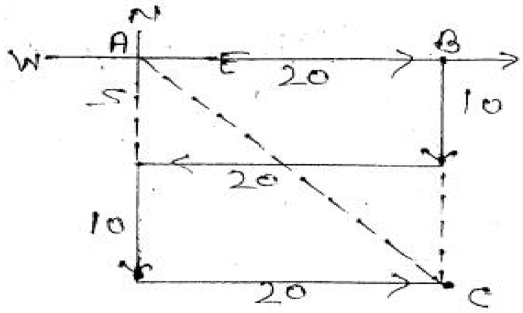
अत : उत्तर-पूर्व दिशा को उतर कहा जाएगा .



Ques. यदि उत्तर को दक्षिण पूर्व कहें तो पश्चिम को क्या कहेंगे ?

उत्तर - उत्तर पूर्व

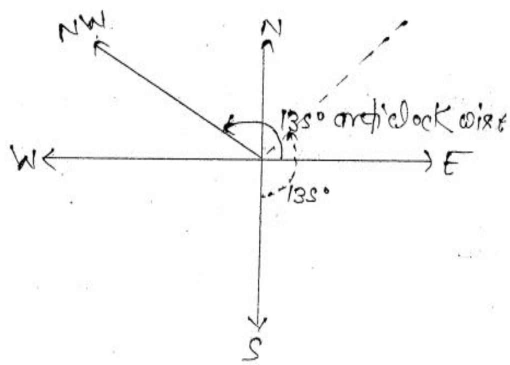




नोटः- यहाँ उत्तर को दक्षिण पूर्व घुमाने में 135 डिग्री घुमाना पड़ा इसी प्रकार पश्चिम को 135 डिग्री घुमाने पर उत्तर-पूर्व होगा

Ques. यदि पूर्व को उत्तर पश्चिम कहें तो दक्षिण को क्या कहेंगे ?

Ans. उत्तर-पूर्व



नोटः- यहाँ पूर्व को उत्तर पश्चिम घुमाने में 135 डिग्री घुमाना पड़ा इसी प्रकार दक्षिण को 135 डिग्री घुमाने पर उत्तर-पूर्व होगा ।

ques. यदि दक्षिण-पूर्व को पूर्व, पश्चिम को दक्षिण-पश्चिम, दक्षिण पश्चिम को दक्षिण तथा इसी प्रकार अन्य दिशाओं को नाम दिया जाए तो बताइये उत्तर किसे कहेंगे?

(1) पश्चिम (2) दक्षिण-पश्चिम

(3) उत्तर-पूर्व (4) पूर्व

नियम :- मुड़ना (Turn) हमेशा 90° से करना है जब तक कि कोई कोण विशेष ना दिया जाए।

(1) बाएँ मुड़ने (Left turn) के लिए वामावर्त (Anticlock wise)

(2) दाएँ मुड़ने (Right turn) के लिए दक्षिणावर्त (Clock wise)

(3) बाएँ-बाएँ या दाएँ-दाएँ विपरीत दिशा में (L-L या R-R)

(4)बाएँ-दाएँ या दाएँ-बाएँ उसी दिशा में (Same Direction)
(L-R या R-L)

अभ्यास प्रश्न

Ques. एक व्यक्ति अपने घर से पूर्व दिशा में 20Km, चलने के बाद दाहिने मुड़ता है और 10Km. चलता है। फिर दाहिने मुड़कर 20Km. चलता है। फिर बाएँ मुड़ता है व 10Km. एक चलता है। एक बार पुनः बाएँ मुड़ता है और 20Km. चलता है। तो अपने ऑफिस पहुंचता है। निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिये-

(c) घर से कार्यालय किस दिशा में हैं?

Ans. SE (दक्षिण-पूर्व)

(ii) कार्यालय से घर किस दिशा में हैं?

Ans. NW (उत्तर-पश्चिम)

(iii) घर से कार्यालय पहुंचने में उसे कुल कितनी दूरी तय करनी पड़ी ?

(a) $20\sqrt{2}$Km (b) 80 Km
I 70 Km (d) 60 Km

Solu. तय की गयी कुल दूरी –
20 + 10 + 20 + 10 + 20= 80 Km

(iv) घर से कार्यालय के बीच की दूरी क्या है?

Solu. बीच की दूरी = $AC^2 = BC^2 + AB^2$

$AC = \sqrt{20^2 + 20^2}$

$AC = \sqrt{800} = 20\sqrt{2}$ Km. Ans.

यदि option हों –

(I) 25Km (ii) 22Km
(iii) 23Km (iv) 28KM

Solu. $AC = 20\sqrt{2}$
$= 20 \times 1.4$

Ans. = 28 Km (iv)

(V) 15Km/h की चाल से चलने वाला व्यक्ति घर से कार्यालय पहुंचने में कुल कितना समय लेगा यदि वह प्रत्येक मोड़ पर पांच मिनट ठहरे?

Solu. चाल = दूरी / समय

15= 80/t

$t = \frac{80}{15} \Rightarrow 5\frac{5}{15}$ h

$= 5 + \frac{5}{15} \times 60 \Rightarrow 5.20 + 20$ min

$\Rightarrow$ 5.40h. Ans.

(vi) 23Km/h की चाल से चलने वाला व्यक्ति यदि सुबह 7 बजे घर से चलना प्रारम्भ करे तो 9 बजकर 36 मिनट में स्वंय को किस दिशा में जाते हुये पायेगा ?

Solu. T = 2.36 घंटा = 156 मिनट = $\frac{156}{60}$= 2.6 घंटा

दूरी = चाल × समय

= 23 X 2.6

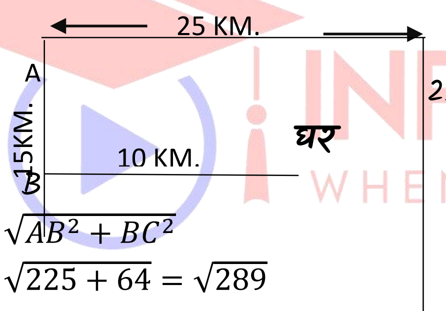
= 59.8

59.8 Km चलने पर दिशा = South की ओर

Ques. एक व्यक्ति अपने घर से पश्चिम दिशा में 10 km चलने के बाद दाहिने मुड़ता है और 15Km चलता है। फिर दाहिने 25 Km चलता है। फिर दाहिने मुड़कर 23Km चलता है। अब वह अपने घर से किस दिशा में और कितनी दूरी पर है?

Solu. दिशा – दक्षिण पूर्व

घर से दूरी AC = ?

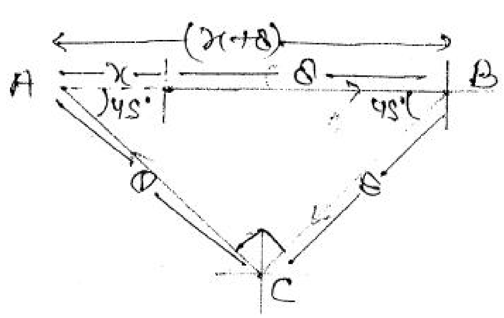


AC = $\sqrt{AB^2 + BC^2}$

AC = $\sqrt{225 + 64} = \sqrt{289}$

AC = 17 Km Ans.

Ques. एक व्यक्ति अपने घर से पूर्व दिशा में 8 Km चलता है। फिर वहाँ से दक्षिण पश्चिम दिशा में 8 Km चलता है । फिर वहाँ से उत्तर पश्चिम दिशा में 8 KM चलता है। अब वह अपने घर से किस दिशा में कितनी दूरी पर है ?



Solu. दिशा = पश्चिम

ΔABC में

$AC^2 + BC^2 = AB^2$

$8^2 + 8^2 = (x + 8)^2$

$\sqrt{128} = (x + 8)$

$x + 8 = 8\sqrt{2} = 8 \times 1.4$

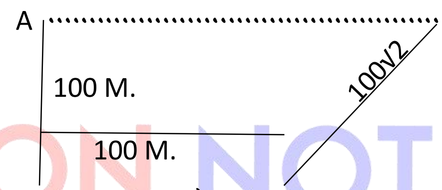
$x + 8 = 11.2$

$x = 3.2$ Km Ans.

Ques. एक व्यक्ति A अपने घर से दक्षिण दिशा में ' 100 m. चलता है। फिर बाएँ मुड़कर 100m. चलता है तो मित्र B के घर पहुंचता है । वहाँ से दोनों मित्र 100√2 मी० NE दिशा की ओर जाते हैं तो बाजार पहुंचते हैं। यदि बाजार A के घर से पूर्व दिशा में हो, तो A के घर से बाजार की दूरी = ?

Solu. घर से बाजार की दूरी

AM = ?



∴ Δ OBM में

$OM^2 = BM^2 - OB^2$

OM = $\sqrt{(100\sqrt{2})^2 - (100)^2}$

OM = $\sqrt{20000 - 10000} = \sqrt{10000} = 100$

∴दूरी AM = AO + OM

= 100 + 100 = 200M.Ans.

Ques. एक व्यक्ति अपने घर से पूर्व दिशा में 20m. चलता है। फिर आगे मुड़कर 20m चलता है। फिर दाहिने मुड़कर 10m चलता है फिर बाएँ मुड़कर 10m चलता है । एक बार पुनः बाएँ मुड़ता है और 10m चलता है। अब वह अपने घर से किस दिशा में कितनी दूरी पर है ?

Solu. दिशा =NE

घर से दूरी AC = ?

Δ ABC में

AC = $AB^2 + BC^2$

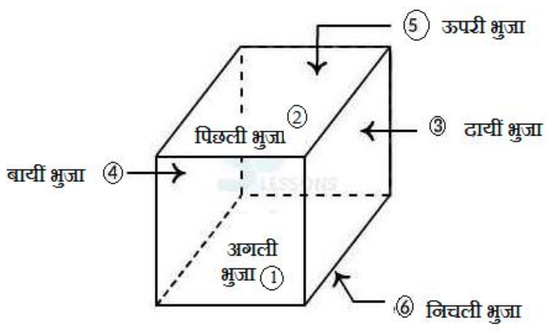
AC = $\sqrt{400 + 900}$

अध्याय – 12

घन एवम् पासा (CUBE & DICE)

घन (Cube) :-

ऐसी आकृतियाँ जिनकी तीनो भुजायें आपस में समान हो घन (Cube) कहलाती हैं।

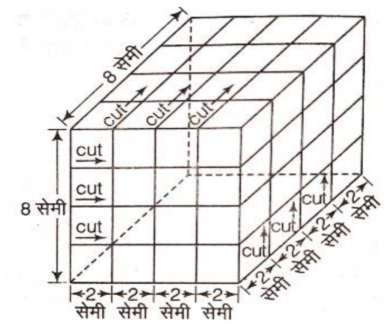


- किसी भी घन (Cube) में 6 सतह होती हैं।
- किसी भी घन (Cube) में 8 कोने होते हैं।
- किसी घन में एक कोने को बनाने के लिए 3 सतहो का होना आवश्यक होता हैं।
- किसी भी घन में बारह किनारे होते हैं।
- किसी भी घन में एक किनारे को बनने के लिए 2 सतहो का होना आवश्यक होता हैं।
- किसी भी घन में प्रत्येक सतह के 4 पड़ोसी सतह होते हैं और एक सतह विपरीत सतह होती हैं।

Type-1 घन या घनाभ को काटना

जैसे लकड़ी और छड़ को जितने भागों में काटना हो, उससे एक बार कम काटते हैं अर्थात् किसी लकड़ी या छड़ को n बराबर भागों में काटना हो, तो उसे हम (n – 1) बार काटते हैं।

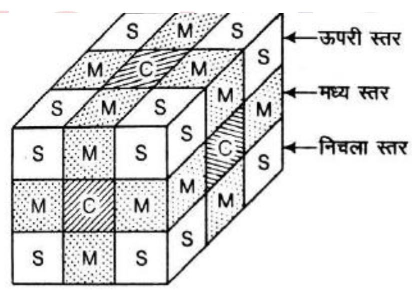
लकड़ी या छड़ की तरह ही घन को भी काटा जा सकता हैं। यदि किसी 8 सेमी. भुजा वाले घन को 2 सेमी. भुजा वाले छोटे-छोटे घनों में काटना हो, तो प्रत्येक सतह के $n = \frac{8}{2} = 4$ खण्ड होंगे और चार खण्डों में विभक्त करने के लिए घन को तीनों ओर से $n - 1 = 4 - 1 = 3$ बार काटना होगा तथा विभाजन के बाद $n^3 = (4)^3 = 64$ छोटे घन प्राप्त होंगे।



यदि किसी घन के बराबर आयतन वाले N छोटे घनों में इस प्रकार विभाजित हो जाए कि उसकी प्रत्येक भुजा अर्थात् प्रत्येक कोर n भागों में विभाजित हो जाए, तो विभाजन के बाद प्राप्त कुल छोटे घनों की संख्या, $N = n^3$ होगी।

जहाँ, $n = \frac{\text{बड़े घन की एक भुजा}}{\text{छोटे घन की एक भुजा}}$

घन या घनाभ को काटने के बाद उसकी पहचान :- एक घन या घनाभ को छोटे-छोटे समान घनों या घनाभों में काटने के बाद उनके विभिन्न भागों पर स्थित घनों/घनाभों की पहचान निम्न रूप से की जाती हैं।



यहाँ,

- S = शीर्ष घन (Vertex cube) → ऐसे घन प्रत्येक शीर्ष अर्थात कोने पर स्थित होते हैं। प्रत्येक घन के लिए इनकी संख्या सदैव 8 होती है, क्योंकि किसी भी घन में 8 कोने होते हैं।
- M = मध्य घन (Middle cube) → ऐसे घन प्रत्येक किनारे के ठीक मध्य में स्थित होते हैं।
- C = केन्द्रीय घन (Central cube) → ऐसे घन प्रत्येक फलक(सतह) के ठीक केंद्र पर स्थित होते हैं।
- N = अन्तः केन्द्रीय घन (Inner central cube) → ऐसे घन प्रत्येक सतह(फलक) के केन्द्रीय घन से अन्दर की ओर मध्य में स्थित होते हैं। यह बाहर से दिखाई नहीं देते हैं। इन्हें न्यूक्लियस क्यूब भी कहते हैं।

बड़े घन का छोटे घन में विभाजन करने के बाद प्राप्त कुल छोटे घनों की संख्या = $(n)^3$

जहाँ, $n = \frac{\text{बड़े घन की एक भुजा}}{\text{छोटे घन की एक भुजा}}$

- शीर्ष घनों की संख्या = 8
- मध्य घनों की संख्या = 12(n-2)
- केन्द्रीय घनों की संख्या = $6(n-2)^2$
- अन्तः केन्द्रीय घनों की संख्या = $(n - 2)^3$

उदाहरण 1. :- माना 10 सेमी. भुजा वाले किसी घन को 2 सेमी. भुजा वाले छोटे घनों में विभाजित किया जाए, तो कुल छोटे घनों, शीर्ष, मध्य, केन्द्रीय तथा अन्तः केन्द्रीय घनों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल→ $n = \frac{10}{2} = 5$

कुल छोटे घनों की संख्या = $(n)^3 = (5)^3 = 125$

शीर्ष घनों की संख्या = 8

मध्य घनों की संख्या = 12(n − 2) = 12(5 − 2) = 36

केन्द्रीय घनों की संख्या = $6(n - 2)^2 = 6(5 - 2)^2 = 6 \times 9 = 54$

अन्तः केन्द्रीय घनों की संख्या = $(n - 2)^3 = (5 - 2)^3 = (3)^3 = 27$

घनाभ को काटना :- किसी घनाभ को छोटे-छोटे एकसमान छोटे घन के रूप में काटा जाए, तो कुल छोटे घनों की संख्या →

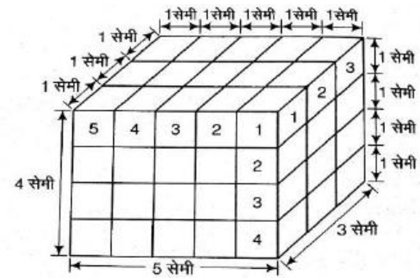
$= \frac{\text{बड़े घनाभ का आयतन}}{\text{छोटे घन का आयतन}}$

$= \frac{\text{घनाभ की लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}}{(\text{छोटे घन की एक भुजा})^3}$

उदाहरण 2.:- यदि कोई घनाभ जिसकी लम्बाई 5 सेमी., चौड़ाई 3 सेमी. तथा ऊँचाई 4 सेमी. हो, तो 1 सेमी भुजा वाले छोटे घनों की संख्या क्या होगी ?

हल → $\frac{\text{बड़े घनाभ का आयतन}}{\text{छोटे घन का आयतन}}$

$= \frac{5 \times 3 \times 4}{1} == 60$



यदि घनाभ की लम्बाई पर कटे खण्ड को Nl, चौड़ाई पर कटे खण्ड को Nb तथा ऊँचाई पर कटे खण्ड को Nh से प्रदर्शित किया जाए, तो कुल छोटे घनों की संख्या = Nl × Nb × Nh

उदाहरण 3. :- एक आयताकार ब्लॉक, जिसका आयाम 6 × 5 × 4 सेमी है, को यदि 2 सेमी. आयाम वाले छोटे-छोटे घनों में परिवर्तित कर दिया जाए, तो कुल कितने घन बनेंगे ?

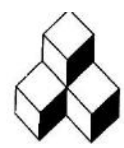
हल → छोटे घनों की कुल संख्या = $\frac{\text{बड़े घनाभ का आयतन}}{\text{छोटे घन का आयतन}}$

$= \frac{6 \times 5 \times 4}{2 \times 2 \times 2} = 15$

Type-2 खण्डों (ब्लॉकों) की गिनती –

इस प्रकार के प्रश्नों में किसी दी गई आकृति में घनों (घनाभों/खण्डों) की संख्या ज्ञात करने के लिए कहा जाता है।

उदाहरण 4. :- निम्न आकृति में कितने घन हैं ?



(a) 4 (b) 6
(c) 3 (d) 5

हल → दी गई आकृति से स्पष्ट है कि

1 स्तम्भ में 2 घन

2 स्तंभों में 1 घन (प्रत्येक में)

2 घन वाले स्तंभों में घनों की संख्या = 2 × 1 = 2

1 घन वाले स्तंभों में घनों की संख्या = 1 × 2 = 2

इसीलिए कुल घनों की संख्या = 2 + 2 = 4

उदाहरण 5. :- निम्न आकृति में कितने घन हैं ?

अध्याय –1

संख्या प्रणाली

(Number system)

संख्या – एकल अंक अथवा अंकों का समूह संख्या कहलाता है। गणित की मूल विषय वस्तु संख्याएँ हैं। 0 से अंत तक की सभी धनात्मक संख्याओं को पूर्ण संख्या कहते है। **जैसे-** 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9... शून्य भी एक पूर्ण संख्या है।

1. प्राकृत संख्याएँ -1,2 ,3,4.....
2. पूर्ण संख्याएँ -0,1,2,3,4,5 .....
3. पूर्णांक संख्याएँ -∞ से +∞ तक
4. धनात्मकसंख्याएँ :- 1,2,3,4,5 .....
5. ऋणात्मकसंख्याएँ :- -1, -2, -3, -4, -5,.....

नोटः 0 न तो धनात्मक संख्या है और न ही ऋणात्मक संख्या है यहउदासीन संख्या है।

प्राकृतिक संख्याएँ –: वे संख्याएँ जिनसे वस्तुओं की गणना की जाती है उन्हें धन पूर्णांक या प्राकृतिक संख्याएँ कहते हैं। **उदा.** 1,2,3,4,5,6....... ∞

- शून्य प्राकृतिक संख्या नहीं है।
- कोई भी ऋणात्मक संख्या प्राकृतिक नहीं है।
- भिन्नात्मक संख्या प्राकृतिक संख्या नहीं होती है। जैसे:--3/4, -1/5
- पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers)

जब प्राकृतिक संख्याओं में शून्य (0) को भी सम्मिलित कर लिया जाता है, तब वे संख्याएँ **पूर्ण संख्याएँ** कहलाती है तथा उनके समुच्चय को '**W**' से प्रदर्शित करते हैं।

W = {0, 1, 2, 3, 4, 5,.....}

शून्य (0) पहली तथा सबसे छोटी पूर्ण संख्या है

पूर्णांक संख्याएँ (**Integer Numbers**)

प्राकृतिक संख्याओं में उनकी ऋणात्मक संख्याओं तथा शून्य को भी सम्मिलित करने पर जो संख्याएँ प्राप्त होती हैं, **पूर्णांक संख्याएँ** कहलाती है तथा इनके समुच्चय को '**I**' से प्रदर्शित करते हैं।

I = {...., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5,....)

पूर्णांक निम्न दो प्रकार के होते हैं।

(1) धन पूर्णांक प्राकृतिक संख्याओं को धन पूर्णांक कहते हैं तथा इनके समुच्चय को I^+ से प्रदर्शित करते हैं।

I^+ = {1 ,2, 3, 4,....}

(2) ऋण पूर्णांक प्राकृतिक संख्याओं की ऋणात्मक संख्याओं को ऋण पूर्णांक कहते है तथा इसके समुच्चय I^- से प्रदर्शित करते हैं।

I^- = {-1, -2, -3, -4,...}

- शून्य (0) न तो धन पूर्णांक है और न ही ऋण पूर्णांक
- ऋण पूर्णांक संख्याओं का मान शून्य से कम तथा धन पूर्णांक संख्याओं का मान शून्य से अधिक होता है।

सम संख्याएँ :- वे संख्याएँ जो दो (2) से विभाज्य (पूर्णतः) हो सम संख्याएँ कहलाती हैं।

नोटः शून्य एक सम संख्या है।

2. **विषम संख्याएँ** :- वे संख्याएँ जो 2 से विभाजित न हों विषम संख्याएँ कहलाती हैं।

उदा. 1,3,5,7,9,11. आदि । शून्य विषम संख्या नहीं है।

भाज्य संख्याएँ:-

01 से बड़ी वे सभी संख्याएँ जिनमें स्वयं और एक के अतिरिक्त कम से कम एक और संख्या का भाग लग सकेभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। जैसे 4,6,8,9,15,16 आदि ।

नोटः दो (2) एक भाज्य संख्या नहीं है। यह एक अभाज्य संख्या है।

4. अभाज्य संख्याएँ :- वे संख्याएँ जो 1 और स्वयं के अतिरिक्त अन्य किसी संख्या से विभाज्य न हो अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। उदा. 2,3,5,7,11,13,आदि संख्याएँ अभाज्य संख्याएँ हैं।

नोटः एक (1) अभाज्य संख्या नहीं है और न ही इसे भाज्य संख्या कह सकते हैं।

- सहअभाज्य संख्याएँ (**Coprime Numbers**)

ऐसी दो या अधिक प्राकृतिक संख्याएँ, जिनमें 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो, **सहअभाज्य संख्याएँ** कहलाती हैं।
जैसे - (2, 3), (5, 9, 11), (16, 21, 65),... आदि।

- सहअभाज्य संख्याओं का अभाज्य होना आवश्यक नहीं है।

वास्तविक संख्याएँ - वे संख्याएँ जो या तो परिमेय होया अपरिमेय, वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं। वास्तविक संख्याओं को संख्या रेखा पर प्रदर्शित किया जा सकता है। किसी भी धनपूर्णांक जो पूर्ण वर्ग नहीं है का वर्गमूल अपरिमेय संख्या होगी। जैसे: √8. √6, √11, √14 अपरिमेय संख्याएँ हैं।

परिमेय संख्या :- वैसी वास्तविक संख्याएँ जो **p / q** के रूप में लिखी जा सके, जहाँ **p** और **q** पूर्णांक हो तथा **q ≠ 0** हो, उसे परिमेय संख्या कहते है.जैसे; **1/2, 2/3, 3/4** आदि.

अपरिमेय संख्या:- वैसी वास्तविक संख्याएँ जिन्हें**p/q** के रूप नही लिखा जा सके, उन्हें अपरिमेय संख्या कहते है। अर्थात, वैसी संख्याएँ जिन्हें पूर्णांक के अनुपात के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है. साथ ही अंश और हर के रूप में भी व्यक्त नही किया जा सकता है. वह अपरिमेय संख्या कहलातीहैं । **जैसे; (√2 – √3) / √5**

Questions

1.1 से 10 तक कि सभी प्राकृत संख्याओं के घनों का योग क्या हैं?
A. 3020
B. 3025
C. 3250
D. 3590

हल:- प्रश्नानुसार,
$[n (n + 1) / 2]^2$
$n = 10$
$[10 (10 + 1) / 2]^2$
$[(10 \times 11) / 2]^2$
$(11\times 5)^2$
$(55)^2$
3025
Ans. 3025

2. (4 + 4 + 5 ÷ 5) / (6 + 6 + 8)/5 को सरल कीजिए?
A. 13/3
B. 1
C. 9/4
D. 4/9

हल:- प्रश्नानुसार,
(4 + 4 + 5 ÷ 5) / (6 + 6 + 8)/5
(4 + 4 + 1) / (20/5)
Ans. 9/4

1. सबसे छोटी प्राकृत संख्या है -

(A) शून्य
(B) 1
(C) -1
(D) 2

उत्तर. – (B) 1

2. सबसे छोटी पूर्ण संख्या है

(A) शून्य
(B) 1
(C) -1
(D) 2

उत्तर. – (A) शून्य

3. 3 के तीन क्रमागत गुणजों का योग 90 हैं, तो सबसे बड़ी संख्या होंगी?
A. 24
B. 27
C. 33
D. 39

हल:- प्रश्नानुसार,
माना, 3 के तीन क्रमागत गुणज क्रमशः
3x, 3(x + 1) एवं 3(x + 2) हैं।
$3x + 3(x + 1) + 3(x + 2) = 90$
$3x + 3x + 3 + 3x + 6 = 90$
$9x + 9 = 90$
$9x = 90 - 9$
$9x = 81$
$x = 9$
सबसे बड़ी संख्या = 3 × (9 + 2)
3 × 11 = 33
Ans. 33

4. तीन क्रमागत विषम संख्याओं का योग 51 हैं। तो सबसे छोटी विषम संख्या का घन क्या होगा?
A. 3,375
B. 3,568
C. 3,890
D. 4,280

हल:- प्रश्नानुसार,
तीन क्रमागत विषम संख्याओं का योग 51 हैं।
= 51/3
= 17
तीन क्रमागत विषम संख्याएँ – 15, 17, 19
सबसे छोटी विषम संख्या का घन = $(15)^3$
= 3,375
Ans. 3,375

5. पूर्णांक किस संक्रिया के अंतर्गत संवृत नहीं होते हैं ?

(A) योग के
(B) व्यवकलन के
(C) गुणन के
(D) भाग के

उत्तर. – (D) भाग के

6. ऐसी संख्या क्या कहलाती है जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता हो, जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है ?

(A) परिमेय संख्या
(B) पूर्ण संख्या
(C) अपरिमेय संख्या
(D) प्राकृत संख्या

उत्तर. – (A) परिमेय संख्या

7. यदि 5 और 8 पूर्णांक हों तो निम्नलिखित में से कौन-सा पूर्णांक नहीं होगा ?

(A) 5 + 8
(B) 5 – 8
(C) 5 x 8
(D) 5 ÷ 8

उत्तर. – (D) 5 ÷ 8

8. यदि किसी संख्या के 1/5 की दो तिहाई की तीन चौथाई 24 हैं तो वह संख्या क्या होगी?
A. 250
B. 240
C. 120
D. 320

हल:- माना कि संख्या x हैं,
प्रश्नानुसार,
$x \times 1/5 \times 2/3 \times 3/4 = 24$
$x = (24 \times 5 \times 3 \times 4)/2 \times 3$
$x = 24 \times 5 \times 2$
$x = 24 \times 10$
$x = 240$
Ans. 240

अंक 0 से 9 तक होते हैं अतः अंको की संख्या 10 होती है ।

संख्या 1 से शुरु होती है। संख्या अनंत होती है।

एक अंकीय संख्या 9 होती है।

दो अंकीय संख्या 90 होती है।

तीन अंकीय संख्या 900 होती है।

चार अंकीय संख्या 9000 होती है।

इसी प्रकार ... 1 से 100 तक की संख्याओं में शून्य के अंक 11 होते हैं।

1 से 100 तक की संख्याओं में एक के अंक 21होते हैं।

1 से 100 तक की संख्याओं में 2 से 9 तक प्रत्येक अंक 20 बार आते हैं।

1 से 100 तक की संख्याओं में कुल अंक 192 होते हैं।

विषम संख्याओं का वर्ग सदैव विषम और सम संख्याओं का वर्ग सदैव सम होता है।

परिमेय $\frac{P}{q}$ के रूप में लिखी जाने वाली (पर q शून्य न हो)$\frac{0}{1} = 0, \frac{4}{1} = 4, \frac{4}{7}, \frac{9}{2}, \frac{-3}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{22}{7}$, आदि ।

अपरिमेय - जिन्हे P/q के रूप में नही लिखा जा सकता । √2,√5,π इत्यादि ।

(π का मान $\frac{22}{7}$ परिमेय हैं)

- सभी परिमेय तथा अपरिमेय संख्या वास्तविक संख्याएँ कहलाती हैं।
- दो परिमेय संख्याओं के बीच अनंत परिमेय संख्याएँ होती ।
- प्राकृतिक - 1 से होकर अनंत तक होती ।

1,2,3..................∞

- पूर्ण संख्याएँ - प्राकृतिक संख्याओं में 0 शून्य शामिल करने पर

0,1,2,3.................∞

- सम संख्याएँ(Even No.) जो 2 से कट जाए

2,4,6,8....................∞

- विषम (Odd No) जो 2 से न कटे

1,3,5..............∞

भाज्य (Composite) जो 1 तथा स्वयं के अलावा भी किसी अन्य से कट जाऐ ।

6,8,9,10,12 ये सभी भाज्य हैं । (कम से कम 3संख्याएँ से कटे)

अभाज्य (Prime) जो स्वयं तथा 1 के अलावा अन्य से न कटें ।

2,3,5,7,11...............आदि ।

सबसे छोटी अभाज्य - 2 (1 न तो भाज्य हैं न अभाज्य)

विभाज्यता के नियम पर आधारित –

1. संख्या 15x1,3 से विभाजित हो तो **x** के स्थान पर कौन सी संख्या आयेगी ?
ANS:- x के स्थान पर 2 आयेगा
∵1+ 5+ x + 1= x + 7

x = **2** रखनेपरसंख्या के अंकों का योग 9 हो जायेगा जो 3 से विभाजित है ।

भाग विधि के आधार पर :-

1. किसी संख्या में 28 से भाग देने पर प्राप्त संख्या 16 तथा शेष 21 हो तो संख्या ज्ञात करों
28×16+21=469

2. वह छोटी से छोटी संख्या जिसे 1560 में जोड़ने पर प्राप्त योगफल 14 से पूर्णतया विभाजित हो जाए ।

$=\frac{1560}{14}$ तो भागफल 111 और शेष 6

अब 14-6 =8**Ans.**

3. वह छोटी से छोटी संख्या जिसे 8953 में घटाने पर प्राप्त संख्या 21 पूर्णतया कट जाए।

$= \frac{8953}{21}$ शेष 7 प्राप्त होता

4. 5 अंको की सबसे छोटी संख्या जो 335 से पूर्णतया कट जाए ?

भाज्य + (भाजक - शेष)
10000+(335-285)=10050

5. 4 अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या जो 88 से पूर्णतः कट जाऐ ।

$\frac{9999}{88}$ = भाज्य - शेष

9999-55=9944

6. 2,3,4,5,6 में प्रत्येक से विभक्त होने वाली छोटी संख्या जो पूर्ण वर्ग हैं ?

2,3,4,5,6 का ल. स. =60

60 = 2 × 2 × 3 × 5 इसे पूर्ण वर्ग बनाने के लिए 3 × 5 का पुनः गुणा करना होगा 2×2×3×5×3×5=900

अंको के मानवास्तविक / जातीय / अंकित या शुद्ध मान (Actual Value)किसी संख्या का वास्तविक मान हमेशा स्थिर रहता ।

8748 में 8 के दोनों स्थानों का वास्तविक मान - 8 ही रहेगा

स्थानीय मान (Place Value)-

8768 में 8 का स्थानीय मान

8

8000

संख्याओं की विभाज्यता की जाँच :-

2 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के अंकों के अंत में 0,2,4,6,8 हो तो वह संख्या 2 से भाज्य होती है

जैसे :-4350, 4258, 567084

3 से भाजकता का नियम-जिस संख्या के अंकों के योगफल में 3 का पूरा-पूरा भाग चला जाये तो वह संख्या 3 से भाज्य होती है

जैसे:-85761, 8+5+7+6+1 =27, यहाँ 27, 3 से विभाजित है तो यह संख्या भी भाज्य होगी।

उदाहरण-

711

7+1+1=9

711 divided by3

111

1+1+1=3

111 divide by 3

4 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के इकाई व दहाई के अंकों में 4 का पूरा-पूरा भाग चला जाये तो वह संख्या 4 से भाज्य होगी ।

जैसे :-15396, यहाँ 96, 4 से पूरी तरह भाज्य है तो यह संख्या भी 4 से पूरी तरह भाज्य होगी।

5 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के अंत में 0 या 5 हो तो वह संख्या 5 से पूरी तरह विभाजित होगी।

जैसे:-85790, 12625

6 से भाजकता का नियम- जो संख्या 2 व 3 से पूरी तरह विभाजित हो तो वह संख्या 6 से भी विभाजित होगी।

जैसे:-5730, 85944

7 से भाजकता का नियम- दी गयी संख्या के इकाई अंक को दोगुना करके शेष सँख्या में से घटाते है यदि शेष संख्या 7 से कट जाये तो वह 7 से भाज्य हो जाएगी । अन्यथा नही

जैसे:-16807, में से 7 को दोगुना 14 घटाने पर 1680-7×2=1666, 166-6×2=154, 15-4×2=7 अतः यह संख्या 7 से पूर्णतः भाज्य है।

यदि कोई संख्या समान अंको की पुनरावृत्ति से 6 अंको तक हो तोवह संख्या 7 से विभाजित होगी। जैसे- 444444

8 से भाजकता का नियम- जिस संख्या के इकाई,दहाई व सैकड़ा के अंको में 8 का पूरा-पूरा भाग चला जाए तो वह संख्या 8 से विभाजित होगी।

अध्याय – 2

दशमलव एवं भिन्न और संख्याओं के बीच संबंध

पूर्णांक को भिन्न में बदलना :- किसी पूर्णांक संख्या को मनचाहे हर वाली भिन्न में बदला जा सकता है। जैसे यदि हम 23 को ऐसी भिन्न में बदलना चाहते हैं, जिसका हर 12 हो तो 23 को $\frac{23}{1}$ लिखकर अंश एवं हर में 12 से गुणा करेंगे।

$$23 = \frac{23 \times 12}{12} = \frac{276}{12}$$

दशमलव भिन्नें – ऐसी भिन्नात्मक संख्याएँ जिनके हर 10 की घात में हो, दशमलव भिन्नें कहलाती हैं।
जैसे - $\frac{17}{10} = 1.7$, $\frac{23}{100} = 0.23$, $\frac{7}{1000} = 0.007$

- भिन्न = अंश/हर , जहाँ अंश तथा हर प्राकृत संख्या है।

भिन्न के प्रकार :-

❖ **उचित (सम) भिन्न (Proper Fraction) : अंश < हर**

जिस भिन्न का अंश उसके हर से कम हो उसे सम या उचित भिन्न कहते हैं, इसका मान हमेशा 1 से कम होता है।
जैसे - $\frac{3}{7}$, $\frac{23}{27}$, $\frac{17}{51}$

❖ **अनुचित (विषम) भिन्न (Improper Fraction) : अंश > हर**

जिस भिन्न का अंश उसके हर से बड़ा या बराबर हो, उसे विषम या अनुचित भिन्न कहते हैं।
जैसे - $\frac{23}{15}$, $\frac{18}{9}$, $\frac{29}{29}$

❖ **मिश्र भिन्न (Mixed Fraction) : जिसमें पूर्णांक व भिन्न दोनों भाग हो।**

भिन्न जो एक पूर्णांक और एक उचित भिन्न से मिलकर बनी हो मिश्र भिन्न कहलाती है।
जैसे - $2\frac{3}{5}$, $21\frac{5}{23}$, $109\frac{3}{7}$

❖ **यौगिक भिन्न (Compound fraction):-** किसी भिन्न का भिन्न, यौगिक भिन्न कहलाती है।
जैसे- $\left(\frac{3}{8} का \frac{1}{4}\right)$

❖ **लंगड़ा भिन्न –** लंगड़े भिन्न को हल करने के लिए सबसे नीचे वाले भाग से प्रारंभ करके ऊपर की तरफ हल करते हुए आना होता है।

जैसे – $2 + \frac{1}{2-\frac{1}{3+\frac{1}{4}}} \Rightarrow 2 + \frac{1}{2-\frac{1}{\frac{12+1}{4}}}$

$\Rightarrow 2 + \frac{1}{2-\frac{1}{\frac{13}{4}}} \Rightarrow 2 + \frac{1}{2-\frac{4}{13}} \Rightarrow 2 + \frac{1}{\frac{26-4}{13}}$

$\Rightarrow 2 + \frac{1}{\frac{22}{13}} \Rightarrow 2 + \frac{13}{22} \Rightarrow \frac{44+13}{22} \Rightarrow \frac{57}{22} = 2\frac{13}{22}$

अनुचित भिन्न को मिश्र भिन्न में बदलना –

$\frac{अंश}{हर} \Rightarrow भागफल \frac{शेषफल}{हर} = \frac{(भागफल \times हर) + शेषफल}{हर} = \frac{अंश}{हर}$

भिन्नों को जोड़ना/घटाना –

- समान हर की स्थिति में भिन्नों का जोड़/बाकी= $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$
- असमान हर की स्थिति में LCM लेकर हल करते हैं।
- मिश्र भिन्न की स्थिति में पूर्णांकों तथा भिन्नों का आपस में जोड़/बाकी द्वारा सरल कर सकते हैं।

भिन्नों का गुणनफल –

- दी गई भिन्नों में अंश को अंश से तथा हर को हर से गुना करते हैं। पूर्णांक दिए होने पर उसे भिन्न में बदलकर गुणा करते हैं।
  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}$

भिन्नों का भाग –

- दो भिन्नों के भागफल में भाग का चिन्ह गुणा में बदल देते हैं तथा आगे वाली भिन्न को उलट कर भिन्नों का गुणनफल करते हैं।
  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$
- भिन्नों का LCM = अंशों का ल.स./हरों का म.स.
- भिन्नों का HCF = अंशों का म.स./हरों का ल.स.

दशमलव भिन्न –

- ऐसी भिन्नें जिनके हर 10, 100, 1000 ... हो।
- यदि किसी भिन्न के हर में 10, 100, 1000 ... आदि हो तो उसके हर में जितने शून्य हों, अंश में दाईं

ओर से उतने ही अंक गिनकर, दशमलव लगा देते हैं और हर हटा देते हैं ।

साधारण भिन्न को दशमलव भिन्न में बदलना – साधारण भिन्न से दशमलव भिन्न बनाने के लिए भिन्न के अंश में हर का भाग तब तक देते हैं जब तक भाग पूरा-पूरा न चला जाए । अर्थात् शेषफल शून्य बचे ।

उदाहरण :- $\frac{2}{5} = 0.4$, $\frac{14}{25} = 0.56$

दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न में बदलना- दी गई दशमलव भिन्न को अंश में लिखें तथा हर में दशमलव बिंदु के नीचे 1 के साथ उतनी ही शून्य लगाये जितने दशमलव बिंदु के बाद अंक हैं । अब दशमलव बिंदु को हटाकर प्राप्त संख्या को सरलतम रूप में लिखें ।

उदाहरण :- $0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$6.16 = \frac{616}{100} = \frac{154}{25}$

नोट : दशमलव भिन्न के दायीं ओर अंत में चाहे जितने शून्य डाल दें, उसके मान में कोई फर्क नहीं आता ।

जैसे :- $0.9 = 0.90 = 0.9000$

#यदि किसी भिन्न के अंश एवं हर दोनों में दशमलव स्थानों की संख्या समान हो तो दशमलव बिन्दु को हटाया जा सकता है ।

जैसे- $\frac{0.465}{4.752} = \frac{0465}{4752} = \frac{465}{4752}$

$\frac{5.36985}{47.25852} = \frac{536985}{4725852}$

नोट:-किसी पूर्णांक संख्या को भी दशमलव के रूप में व्यक्त किया जा सकता है । इसके लिए पूर्णांक के बाद एक दशमलव बिंदु डालकर मनचाही शून्य लगा सकते हैं । जैसे $56 = 56.0 = 56.0000$

यदि किसी भिन्न के अंश तथा हर में दशमलव स्थानों की संख्या समान न हो तो उस संख्या के दाईं ओर शून्य लगाकर दशमलव के बाद वाले अंकों को समान बनाकर दशमलव हटा देते हैं ।

उदाहरण - $\frac{2.4}{5.64} = \frac{2.40}{5.64} = \frac{240}{564} = \frac{60}{141} = \frac{20}{47}$

$\frac{5.743}{6.1} = \frac{5.743}{6.100} = \frac{5743}{6100}$

भिन्नों की तुलना – भिन्नों की तुलना करने के लिए भाग विधि या लघुत्तम विधि या गुणनविधि का प्रयोग करते हैं ।

उदाहरण - $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{7}$ में से बड़ी कौनसी है ?

भाग विधि- इस विधि के अनुसार प्रत्येक भिन्न के अंश को उसके हर से भाग देते हैं, जिसका भागफल बड़ा होता है वही भिन्न बड़ी और जिसका भागफल छोटा होता है वह भिन्न छोटी होती है ।

$\frac{2}{5} = 0.4$, $\frac{5}{7} = 0.71$

स्पष्टतया $0.71 > 0.4$

$\therefore \frac{5}{7} > \frac{2}{5}$

लघुत्तम विधि – $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{7}$

$\frac{14,\ 25}{35}$ $\therefore \frac{5}{7} > \frac{2}{5}$

गुणन विधि – वज्रगुणन विधि :- भिन्नों $\frac{a}{b}$ तथा $\frac{c}{d}$ में यदि $ad > bc$ हो तो भिन्न $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ और यदि $ad < bc$ हो तो भिन्न $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ होगी ।

$\frac{2}{5}$, $\frac{5}{7}$

$2 \times 7, \quad 5 \times 5$

$14, \quad 25$

$\therefore \frac{5}{7} > \frac{2}{5}$

प्रतिशत को भिन्न में बदलना :- किसी प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए प्रतिशत का चिन्ह (%) हटाकर प्राप्त संख्या को 100 से भाग देते हैं ।

$40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

भिन्न को प्रतिशत में बदलना :- किसी भिन्न को प्रतिशत में बदलने के लिए 100 से गुणा करके प्रतिशत का चिन्ह (%) लगाते हैं ।

जैसे- $\frac{4}{25}$ को प्रतिशत में बदलने पर

$\frac{4 \times 100}{25}\ \% = 16\%$

19. $22.\overline{4} + 11.5\overline{67} - 33.5\overline{9} = ?$

L.C.M(1,2,1)

X	X X	X X X
22.4	4 4	4 4 4
11.5	6 7	6 7 6
-33.5	9 9	9 9 9
00.4	1 2	1 2 1

$0.4\overline{12}$

(A) $129.80243\overline{45}$

(B) $129.8024\overline{345}$ (Make3 digit परबार)

(C) $129.802\overline{4345}$By option

(D) $129.80\overline{24345}$

20. $(0.2)^{25}$में दशमलव के तुरंत बाद कितने लगातार 0 का प्रयोग होगा ?

$\left(\frac{2}{10}\right)^{25}$ $\log 2^{25}$

$_{25} \log^{2}$

0. --------25×0.301

= 7.525

$(0.2)^3 = \left(\frac{2}{10}\right)^3 = \frac{8}{1000} = 0.008$

$(0.2)^4 = \left(\frac{2}{10}\right)^4 = \frac{16}{10000} = 0.0016$

$(0.2)^5 = \left(\frac{2}{10}\right)^5 = \frac{82}{100000} = 0.00032$

= 25-8 = 17

दशमलव के 17 अंक तक 0 आयेगे ।

भिन्न एवं दशमलव

1. $6\frac{11}{14} \times 3\frac{1}{2}$ का मान हैं ?

हल- $6\frac{11}{14} \times 3\frac{1}{2} = \frac{95}{14} \times \frac{7}{2} = \frac{95}{4} = 23\frac{3}{4}$

2. एक वर्ष का $\frac{2}{3}$ भाग हैं ?

हल – 1 वर्ष = 12 माह

$= 12 \times \frac{2}{3} = 8$ माह

3. गुंजन ने एक कॉपी रु. $8 \times \frac{3}{4}$ की तथा एक कॉपी रु.$10 \times \frac{2}{5}$ में खरीदी बताओं उसने दुकानदार को कितने रु. दिए?

हल- $8\frac{3}{4} + 10\frac{2}{5} = \frac{35}{4} + \frac{52}{5} = \frac{175+208}{20}$

$= \frac{383}{20} = 19\frac{3}{20}$ रु.

4. दो संख्याओं का गुणनफल $15\frac{5}{6}$ हैं और उनमें से एक संख्या $6\frac{2}{3}$ हैं तो दूसरी संख्या होगी ?

हल- माना दूसरी संख्या $= x$

प्रश्नुसार $6\frac{2}{3} \times x = 15\frac{5}{6}$

$= \frac{20}{3}x = \frac{95}{6}$

$= x = \frac{95}{6} \times \frac{3}{20} = \frac{95}{40}$

$= \frac{19}{8} = 2\frac{3}{8}$

5. $\frac{9}{10}, \frac{12}{25}, \frac{18}{35}$ तथा $\frac{21}{40}$ का महत्तम समापवर्तक होगा ?

हल- $\frac{9}{10}, \frac{12}{25}, \frac{18}{35}, \frac{21}{40}$ काH.C. F.

भिन्नों के H.C.F. $= \frac{\text{अंशोंका H.C.F.}}{\text{हरोंका L.C.M.}}$

$= \frac{9, 12, 18, 21 \text{ का H.C.F.}}{10, 25, 35, 40 \text{ का L.C.M.}} = \frac{3}{1400}$

6. $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{9}{13}$ का लसप होगा ?

हल- $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{9}{13}$ का L.C.M.

$= \frac{\text{अंशोंका L.C.M.}}{\text{हरोंका H.C.F.}}$

$= \frac{\text{2,3,4,9,का L.C.M.}}{\text{3,5,7,13 का H.C.F.}} = \frac{36}{1} = 36$

7. $4\frac{4}{5} \div \frac{3}{5}$ का 5 + $\frac{4}{5} \times \frac{3}{10} - \frac{1}{5}$ का मान होगा ?

हल- $4\frac{4}{5} \div \frac{3}{5}$ का 5 + $\frac{4}{5} \times \frac{3}{10} - \frac{1}{5}$

$= \frac{24}{5} \div \frac{3}{5} \times 5 + \frac{4}{5} \times \frac{3}{10} - \frac{1}{5}$

$= \frac{24}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{4}{5} \times \frac{3}{10} - \frac{1}{5}$

$= \frac{8}{5} + \frac{6}{25} - \frac{1}{5} = \frac{40+6-5}{25} = \frac{41}{25}$

$= 1\frac{16}{25}$

8. यदि दो संख्याओं का योग 50 हैं और इनमें से एक संख्या दूसरी की $\frac{2}{5}$ गुणा हैं, तो वे संख्याएँ हैं ?

हल- $x + \frac{2x}{5} = 50$

$= \frac{5x+2x}{5} = 50$

$7x = 250 = x = \frac{250}{7}$

$\frac{2x}{5} = \frac{100}{7}$

9. 0.54 , 1.8 तथा 7.2 का लघुत्तम समापवर्त्य क्या हैं ?

हल – 0.54, 1.8 , 7.2 का L.C. M.

$= \frac{54}{100}, \frac{18}{10}, \frac{72}{10} = \frac{\text{अंशोंका L.C.M.}}{\text{हरोंका H.C.F.}}$

$= \frac{216}{10} = 21.6$

10. $\frac{7}{13}, \frac{8}{15}, \frac{11}{13}, \frac{14}{23}$ में से सबसे छोटी भिन्न कौनसी हैं ?

हल- भाग विधि से $= \frac{7}{13} = 0.538$,

$\frac{8}{15} = 0.533$, $\frac{11}{13} = 0.846$, $\frac{14}{23} = 0.608$

अतः सबसे छोटी भिन्न $\frac{8}{15}$ होगी!

11. दो संख्याओं के योगफल तथा गुणनफल क्रमशः 11 तथा 18 हैं ! उनकें व्युत्क्रमों का योगफल होगा ?

हल – माना कि वे संख्याएँ $= x, y$

$x + y = 11$

$x y = 18$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{11}{18}$

12. यदि $x + \frac{2}{3+\frac{4}{5+\frac{7}{6}}} = 10$ तब x का मान कितना होगा ?

हल – $x + \frac{2}{3+\frac{4}{5+\frac{7}{6}}} = 10 = x + \frac{2}{3+\frac{4}{\frac{37}{6}}} = 10$

$= x + \frac{2}{3+\frac{24}{37}} = 10$

$= x + \frac{2}{\frac{135}{37}} = 10$

$= x + \frac{74}{135} = 10$

$= x = 10 - \frac{74}{135}$

$= \frac{1350-74}{135} = \frac{1276}{135}$

13. कितने $\frac{1}{6}$ मिलकर $41\frac{2}{3}$ के बराबर होते हैं ?

हल – माना कि x, $\frac{1}{6}$ मिलकर $41\frac{2}{3}$ होते हैं !

$x \times \frac{1}{6} = 41\frac{2}{3} = \frac{x}{6} = \frac{125}{3}$

अध्याय – 8

लाभ और हानि

(Profit and Loss)

(1) क्रय मूल्य (cp) :- जिस मूल्य पर कोई वस्तु खरीदी जाती है वह उस वस्तु का क्रय मूल्य कहलाता है|

क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य – लाभ

Note - SP>CP = लाभ

(2) विक्रय मूल्य (sp) :- जिस मूल्य पर कोई वस्तु बेची जाती है उसे उस वस्तु का विक्रय मूल्य कहते हैं |

विक्रय मूल्य = क्रय मुल्य + लाभ

Note - SP < CP = हानि

SP = विक्रय मुल्य P = लाभ

Mark Price (m.p) =अंकित मुल्य

CP = क्रय मुल्य Loss (L) = हानि

Discount(D) =बट्टा/छुट

$P = SP - CP$, $P\% = \frac{p}{CP} \times 100$

$Loss = CP - SP$, $L\% = \frac{L}{CP} \times 100$

$SP = CP \times \frac{100 \pm \text{लाभ/हानि}}{100}$

$CP = sp \times \frac{100}{100 \pm \text{लाभ/हानि}}$

Discount = अंकित मुल्य(MP) - विक्रय मुल्य(SP)

$D\% = \frac{D}{MP \times 100}$ $ISP = \frac{MP \times (100-D)}{6100}$

$MP = \frac{SP \times 100}{(100-D)}$

$\frac{CP \times (100+P)}{100} = \frac{MP \times (100-P)}{100} = \frac{CP}{MP} = \frac{100-P}{100+P}$

CP MP

100-D 100+D

Type-I = साधारण प्रश्न :-

(1) एक पुस्तक का क्रय मुल्य 110 Rs तथा विक्रय मूल्य 123.20 Rs है इसे बेचने पर पुस्तक विक्रेता को कितने % लाभ होगा ?

लाभ (P) = SP – CP

= 123.20-110

= 13.20

$= \frac{13.20}{110} \times 100 = 12\%$ **ans.**

(2) एक साईकिल को 1960 Rs में खरीदकर Rs 1862 में बैचे जाने पर कितने % हानि होगी ?

हानि (loss) = CP – SP

= 1960 – 1862 = 98

$L\% = \frac{L}{CP} \times 100$

$= \frac{98}{1960} \times 100$

= 5 % **ans.**

(3) एक कुर्सी को 873 Rs में बेचने पर विक्रेता को 10% हानि होती है | कुर्सी का क्रय – मूल्य है ?

10% = 1/10L SP = CP-L

= 10 -1

970 Rs 9 = 873 , 1 = 97

10 = 97 × 10 CP = 970 Rs

Type – 2 - जब कोई वस्तु दो बार बेची जाये

(1) एक घड़ी को 2880 Rs में बेचने पर विक्रेता को 10% हानि होती है वह इसे कितने में बेचे कि उसे 5% लाभ हो ?

दूसरी बार का विक्रय मूल्य = पहली बार का विक्रय मूल्य × (100+_दूसरा%)/(100+_ पहला%)

= 2880 × (100+5)/100-10

=2880 × 105/90

$= 32 \times 105$

दूसरी बार का विक्रय मू. = 3360 Rs

2 Method

माना CP = 100

100

-10% 5%

90 105

90=2880

1= 32

$105 = 32 \times 105$

=3360 Rs (SP)।

(2) एक दुकानदार ने एक साईकिल 10% हानि पर बेची. वह साईकिल को कितने RS में बेचता कि उसे 19% की हानि होती हो ? यदि 10% हानि पर विक्रय मूल्य Rs 1200 हो.

माना CP = 100

100

-10% -19%

90 81

90=1200

$81 = 1200 \times \frac{81}{90}$

= 1080Rs.

(3) एक कुर्सी को Rs 720 में बेचने पर दुकानदार को 25% हानि होती है. वह कुर्सी को कितने Rs में बेचे कि उसे इस पर 25% लाभ हो ?

CP = 100 (माना)

100

-25% +25%

75 125

75= 720 Rs

$125 = \frac{720}{75} \times 125$

= 1200 Rs

(4) 20 वस्तुओं को Rs 160 में बेचने पर एक व्यक्ति को 20% हानि हो जाती है तद्नुसार 20% लाभ कमाने के लिये उस व्यक्ति को 240 Rs में कितनी वस्तुएँ बेचनी चाहिए

Let CP = 100

100 + 20% → 120

-20%

80

80 = 160

1 = 2

$120 = 120 \times 2$

20 वस्तुओं का SP = 240 Rs

240Rs में 20 वस्तुएँ बेची जाये.

Type – 3 जब एक वस्तु कई बार खरीदी या बेची जाये –

(1) राम ने एक साईकिल Rs 1000 में ख़रीदा और 20% का लाभ लेकर उसे श्याम को बेच दिया. श्याम ने 10% का घाटे में उसे मोहन को बेच दिया. बताइए मोहन ने साईकिल कितने Rs में खरीदी ?

$20\% = \pm\frac{1}{5} = \frac{6}{5}$

$10\% = \frac{-1}{10} = \frac{9}{10}$

माना मोहन ने x Rs में खरीदी

$1000 \times 6/5 \times 9/10 = x$

$x = 1080$ Rs

(4) किसी सामान की कीमत 20 % कम हो गयी अब ग्राहक को वह सामान 240 Rs में 6 kg अधिक मिलता है सामान का नया भाव ज्ञात कीजिए !

$$\text{नया भाव} = \frac{\text{कीमत} \times \text{\% वृद्धी / कमी}}{\text{मात्रा} \times 100}$$

$$= \frac{240 \times 20}{6 \times 100}$$

= 8 Rs I kg

2 Method

20 % =-1/5

$1 \rightarrow 6$ kg

$5 \rightarrow 5 \times 6$

=30

$\text{भाव} = \frac{240}{30}$

= 8 Rs I kg

Type – 8 जब प्रतिशत लाभ /हानि क्रय मूल्य के संख्यात्मक मान के बराबर हो –

(1) किसी वस्तु को 24 Rs में बेचने पर होने वाले लाभ % का संख्यात्मक मान क्रय मूल्य के बराबर है ! तो वस्तु का क्रय मूल्य बताओ !

$\text{क्रय मूल्य} = 10 \times \sqrt{25 + \text{विक्रय मूल्य}}\ -50$

$CP = 10 \times \sqrt{25+24}\ -50$

$= 10 \times \sqrt{49}\ -50$

$= 10 \times 7\ -50$

= 70 -50

= 20 Rs.

Note – ऐसे प्रश्नों में विक्रय के ऐसे दो गुणनखंड का पता लगाना है जिनका योग/अंतर 10 हो ! उसके गुणनखंड में 10 से गुना करे ! सबसे छोटा गुणनखंड वस्तु का क्रय मूल्य होगा !

(2) किसी वस्तु को 11 Rs में बेचने पर होने वाले लाभ % का संख्यात्मक मान वस्तु के क्रय मूल्य के बराबर है वस्तु का क्रय मूल्य है ?

$CP = 10 \times \sqrt{25 + \text{विक्रय मूल्य} - 50}$

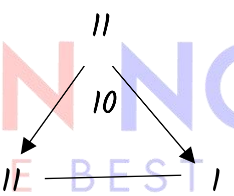
$= 10 \times \sqrt{25}\ +11\ -50$

$= 10 \times 6\ -50$

= 60 – 50

CP = 10 Rs

2 Method

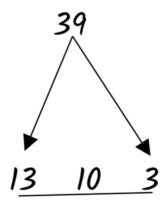


$11 \times 10 = 110$

$10 \times 1 = 10$

CP = 10 Rs

(3) किसी वस्तु को 39 Rs में बेचने पर होने वाले लाभ % का संख्यात्मक मान क्रय मूल्य के बराबर है ! तो वस्तु का क्रय मूल्य बताओ ।

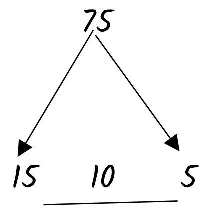


$13 \times 10 = 130$

$3 \times 10 = 30$

CP = 30

(4) किसी वस्तु को 75 Rs में बेचने पर होने वाले लाभ % का मान क्रय मूल्य के बराबर है तो वस्तु का क्रय मूल्य क्या होगा ?



15 × 10 = 150

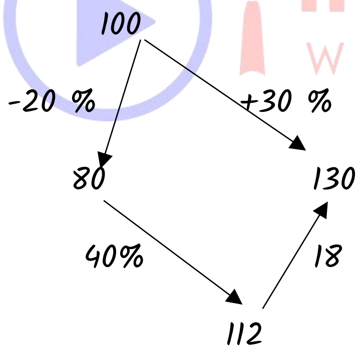
5 × 10 = 50

CP = 50 Rs

Type – 9 जब क्रय मूल्य और विक्रय मूल्य दोनों ही बढ़ाये या घटाये जाये -

(1) एक व्यापारी अपना सामान 30 % लाभ पर बेचता है ! यदि वह 20 % कम पर सामान खरीदता और उसे 40 % लाभ पर बेचता तो उसे 144 Rs कम मिलते !सामान का क्रय मूल्य बताओ !

माना CP = 100



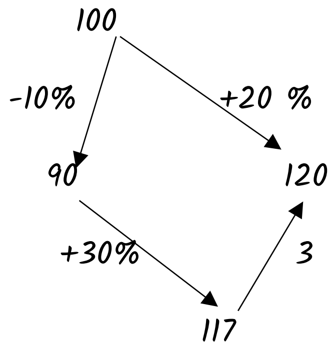
130 – 112 = 144 (प्रश्न में दिया है)

18 = 144

1 = 8

100 = 800

(2) एक दुकानदार अपना सामान 20 % लाभ पर बेचता है ! यदि उसने 10 % कम मूल्य पर खरीदा होता तथा Rs 18 कम में बेचा होता , तो 30 % का लाभ होता ,क्रय मूल्य ज्ञात करे ?



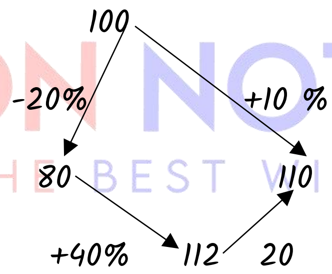
120 – 117 = 18 (प्रश्न में दिया है)

3 = 18

1 = 6

100 = 600, CP = 600 Rs **ans.**

(3) एक व्यक्ति अपने सामान को 10 % लाभ पर बेचता है ! यदि उसने उसे 20 % कम पर ख़रीदा तथा Rs 20 में बेचा होता तो उसे 40 % का लाभ होता ! क्रय मूल्य बताओ !



112 – 110 = 20 (प्रश्न में दिया है)

2= 20

1 = 10

100 = 1000

CP = 1000 Rs

(4) एक दुकानदार किसी वस्तु को 10 % लाभ पर बेचता है यदि वह उसे 4 % सस्ता ख़रीदे तथा 18 3/4% लाभ पर बेचे तो वह पहले से 10 Rs अधिक पा लेता है ! वस्तु का क्रय मूल्य बताओ !

18 ¾ = 3/16

❖ बट्टा / छूट (Discount)

Note :-Discount % हमेशा अंकित मूल्य (M.P.) पर निकाला जाता है !

(1) किसी वस्तु का अंकित मूल्य 600 Rs है ! दुकानदार 20% बट्टा देने के बाद भी 20% का लाभ प्राप्त करता है, वस्तु का क्रय मूल्य क्या होगा ?

CP : MP

D=20%

100-D : 100+P%   P=20%

100-20 : 100+20

80 : 120

2 : 3

3 = 600

1 = 200

2 = 200 × 2

CP =400 Rs

(2) एक मेज का सुचिमुल्य 800 Rs है उसे 25% छूट पर बेचने पर भी 20% का लाभ होता है ! मेज का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिये ?

CP : MP

(100-25) : (100+20)

75 : 120

5 : 8

8 = 800

1 = 100

5 = 5 × 100

CP =500 Rs

(3) सुजाता एक वस्तु के अंकित मूल्य को लागत मूल्य से 36% अधिक करती है और अंकित मूल्य पर 40% छूट देती है तो हानि % ज्ञात करो ?

CP   MP

100   136

-18.4   -40%

81.6

$136 \times \frac{40}{100} = 54.4$

(4) यदि एक दुकानदार अंकित मूल्य पर 10% छूट देकर 30% लाभ कमाता है तो ज्ञात कीजिए कि अंकित मूल्य क्रय मूल्य से कितना अधिक है ?

CP : MP

100-D : 100 + p

90 : 130

+ 40

9 :13

+ 4

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

त्रिभुज की अंतः त्रिज्या(Inradius of Triangle):-

$r = \frac{\Delta}{S}$ $S = \frac{(a+b+c)}{2}$

Δ = त्रिभुज का क्षे.

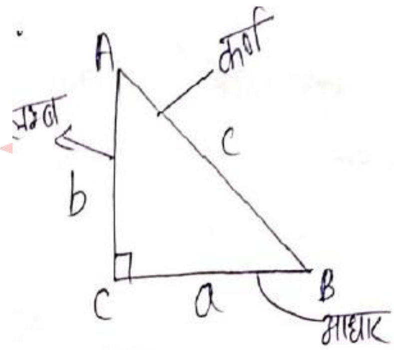
त्रिभुज की परित्रिज्य (Circumradius of triangle):-

$R = \frac{abc}{4\,\Delta}$

समकोण त्रिभुज (right angle triangle):-

अंत त्रिज्या (r) $= \frac{a+b-c}{2}$

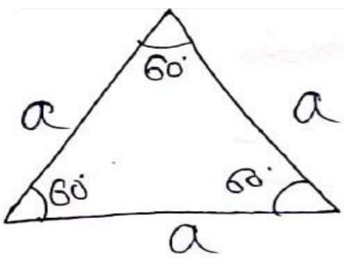
परित्रिज्य(R) $= \frac{c}{2}$



समबाहु त्रिभुज (Equilateral triangle):-

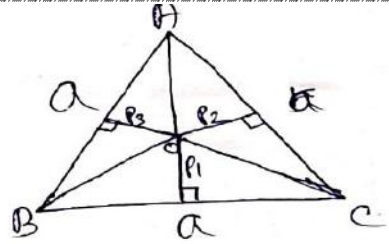
अंतः त्रिज्या(r) $= \frac{a}{2\sqrt{3}}$

परित्रिज्या(R) $= \frac{a}{\sqrt{3}}$



$a = \frac{2}{\sqrt{3}}(P_1 + P_2 + P_3)$

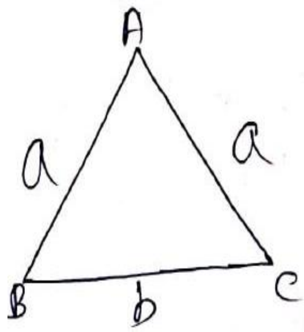
$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a = P_1 + P_2 + P_3$



समबाहुΔ की ऊचाई , त्रिभुज के लम्बवत पक्ष के जोड़ के बराबर है !

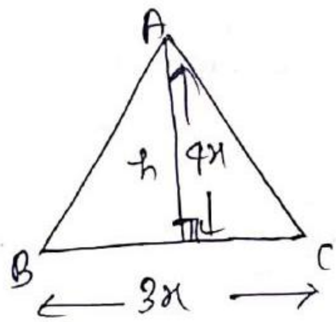
समद्विबाहु त्रिभुज (Isosceles triangle):-

$\Delta = \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$



त्रिभुज पर आधारित प्रश्न :-

(1) किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल 1176 सेमी.^{2}तथा आधार एवम् संगत शीर्ष लम्ब का अनुपात 3 : 4 है शीर्षलम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए ?



मानाआधार = $3x$

शीर्षलम्ब= $4x$

क्षे. = $\frac{1}{2}\times$ आधार $\times$ऊँचाई

$\frac{1}{2}\times 3x \times 4x = 1176$

$x^2 = 196$

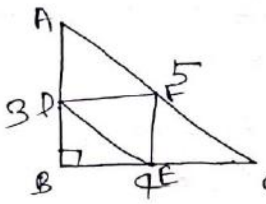
$x = 14$

अतः शीर्षलम्ब $= 4x$

$= 4 \times 14$

$= 56cm$

(2) एक त्रिभुज की भुजाये 3 cm , 4 cm तथा 5 cm है ! इस त्रिभुज की भुजाओ के मध्य बिन्दुओं को मिलाने से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा !



Δ ABC का क्षे. =

$\Delta = \frac{1}{2} \times AB \times BC$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$

= 6 सेमी²

Δ DEF का क्षे. $= \frac{1}{4} \times \Delta ABC$

$= \frac{1}{4} \times 6$

$= \frac{3}{2}$सेमी²

(3) किसी समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या 8 सेमी. हो,तो त्रिभुज के अंतः वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करे ?

$R = \frac{a}{\sqrt{3}} \qquad r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$

$\frac{a}{\sqrt{3}} = 8 \qquad r = \frac{8\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$

$= 4$ cm

(4) यदि 12 cm आधार वाले एक त्रिभुज का क्षेत्रफल 12 cm भुजा वाले एक वर्ग के क्षेत्रफल के बराबर हो तो त्रिभुज का शीर्षलम्ब क्या है ?

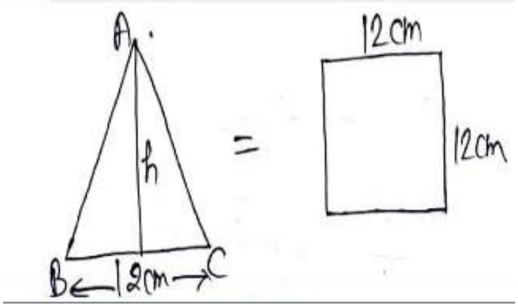
Δ काक्षे. $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ऊँचाई

वर्ग का क्षे. = भुजा²

$\frac{1}{2} \times 12 \times h = (12)^2$

$\frac{1}{2} \times 12 \times h = 144$

$h = 24$ cm



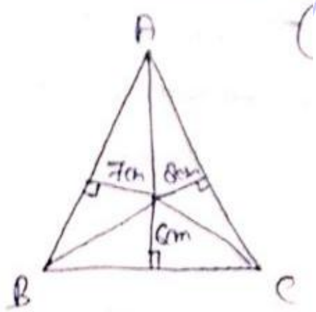
(5) समबाहु त्रिभुज के भीतर किसी बिंदु से तीनो भुजाओ पर डाले गए लंबो की लम्बाई 6 cm,7 cm तथा 8 cm है त्रिभुज की भुजाएँ ज्ञात करे !

$a = \frac{2}{\sqrt{3}}(P_1+P_2+P_3)$

$a = \frac{2}{\sqrt{3}}(6+7+8)$

$a = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 21 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$a = 14\sqrt{3}cm$



(6) किसीसमद्विबाहू त्रिभुज का क्षेत्रफल 4 यूनिट²है! यदि असमान भुजा की लम्बाई 2 यूनिट हो,तब बराबर भुजाओं की लम्बाई ज्ञात करे ?

$\Delta = \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

$= \frac{2}{4}\sqrt{4a^2 - 4} = 4$

$\sqrt{4a^2 - 4} = 8$

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

INFUSION NOTES
WHEN ONLY THE BEST WILL DO

प्रिय दोस्तों, अब तक हमारे नोट्स में से अन्य परीक्षाओं में आये हुए प्रश्नों के परिणाम देखने के लिए क्लिक करें -

RAS PRE. - https://www.youtube.com/watch?v=p3_i-3qfDy8&t=1253s

Rajasthan CET Gradu. Level - https://youtu.be/gPqDNlc6UR0

Rajasthan CET 12th Level - https://youtu.be/oCa-CoTFu4A

VDO PRE. - https://www.youtube.com/watch?v=gXdAk8S6W18&t=202s

Patwari - https://www.youtube.com/watch?v=X6mKGdtXyu4&t=2s

PTI 3rd grade - https://www.youtube.com/watch?v=iA_MemKKgEk&t=5s

SSC GD – 2021 - https://youtu.be/2gzzfJyt6vI

EXAM (परीक्षा)	DATE	हमारे नोट्स में से आये हुए प्रश्नों की संख्या
RAS PRE. 2021	27 अक्तूबर	74 प्रश्न आये
SSC GD 2021	16 नवम्बर	68 (100 में से)
SSC GD 2021	30 नवम्बर	66 (100 में से)
SSC GD 2021	08 दिसम्बर	67 (100 में से)
राजस्थान S.I. 2021	14 सितम्बर	119 (200 में से)
राजस्थान S.I. 2021	15 सितम्बर	126 (200 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (1st शिफ्ट)	79 (150 में से)
RAJASTHAN PATWARI 2021	23 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	103 (150 में से)

RAJASTHAN PATWARI 2021	24 अक्तूबर (2nd शिफ्ट)	91 (150 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (1st शिफ्ट)	59 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	27 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	61 (100 में से)
RAJASTHAN VDO 2021	28 दिसंबर (2nd शिफ्ट)	57 (100 में से)
U.P. SI 2021	14 नवम्बर 2021 1st शिफ्ट	91 (160 में से)
U.P. SI 2021	21नवम्बर2021 (1st शिफ्ट)	89 (160 में से)
Raj. CET Graduation level	07 January 2023 (1st शिफ्ट)	96 (150 में से)
Raj. CET 12th level	04 February 2023 (1st शिफ्ट)	98 (150 में से)

& Many More Exams like UPSC, SSC, Bank Etc.

नोट्स खरीदने के लिए इन लिंक पर क्लिक करें

Whatsapp - https://wa.link/f3uxse

Online order – https://bit.ly/3MicWlh

Call करें - 9887809083